

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 ความสำคัญของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 องค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.5 การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.6 การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.1 ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.2 ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.3 องค์ประกอบของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.4 กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 3.6 การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
4. การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา
  - 4.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา
  - 4.2 กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา
  - 4.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา
  - 4.4 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

5. การจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.
  - 5.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.
  - 5.2 กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.
  - 5.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.
  - 5.4 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
  - 6.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา
  - 6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

### 1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้กำหนดกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้เมื่อผู้เรียนเรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐานและเมื่อผู้เรียนเรียนจบในแต่ละช่วงชั้นไว้เพื่อเป็นแนวทางให้สถานศึกษา และครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานและนำไปสู่การใช้หลักสูตรที่เน้นการจัดการเรียนรู้ที่ยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด (กรมวิชาการ, 2545ก : 1- 5) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตลอดจนศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนามนุษย์ให้สมบูรณ์ มีความสมดุลทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

### คุณภาพของผู้เรียน

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6) ผู้เรียนควรมีความสามารถดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการของจำนวน สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ เศษส่วนทศนิยม และร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้และสร้างโจทย์ได้
2. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของจำนวน พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ไปใช้ได้
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความสามารถวัดปริมาณดังกล่าวได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม และนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับแบบรูปและอธิบายความสัมพันธ์ได้
6. สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ต่าง ๆ หรือปัญหาพร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแก้สมการนั้นได้
7. เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอในรูปแบบภูมิต่าง ๆ สามารถอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตารางและกราฟ รวมทั้งใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นเบื้องต้นในการอภิปรายเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้
8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

### สาระการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้นี้เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้

สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น  
 สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

### มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6)

มาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้ (กรมวิชาการ. 2545ก : 8 – 27)

#### สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

**มาตรฐาน ค 1.1** : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

1. มีความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) เกี่ยวกับจำนวนนับ เศษส่วนและทศนิยม
2. อ่านเขียนตัวหนังสือและตัวเลขแสดงจำนวนนับร้อยละได้
3. เปรียบเทียบจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยมและร้อยละได้

**มาตรฐาน ค 1.2** : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับและเศษส่วน ทศนิยมและร้อยละ
2. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนนับ ศูนย์ เศษส่วนและทศนิยม พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. อธิบายผลที่ได้จากการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ ศูนย์ เศษส่วนและทศนิยม พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการของจำนวนต่าง ๆ ได้
4. แก้ปัญหาเกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนนับ ศูนย์ เศษส่วน ทศนิยมและร้อยละ พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และสามารถสร้างโจทย์ได้

**มาตรฐาน ค 1.3** : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

1. บวก ลบ คูณ หารจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม โดยการประมาณได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

**มาตรฐาน ค 1.4** : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

1. เข้าใจเกี่ยวกับหลักและค่าประจำหลักและสามารถเขียนจำนวนในรูปกระจายได้
2. เข้าใจสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับจำนวนนับและศูนย์ พร้อมทั้งสามารถนำสมบัติไปใช้ในการคำนวณได้

3. เข้าใจเกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. และสามารถนำไปใช้ได้

## สาระที่ 2 การวัด

**มาตรฐาน ค 2.1 :** เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

1. เข้าใจเกี่ยวกับการวัดความยาว (กิโลเมตร เมตร เซนติเมตร มิลลิเมตร วา) การวัดพื้นที่ (ตารางกิโลเมตร ตารางเมตร ตารางเซนติเมตร ตารางวา) การวัดน้ำหนัก (เมตริกตัน กิโลกรัม ชีด กรัม) และการวัดปริมาตร (ลูกบาศก์เซนติเมตร ลิตร มิลลิเมตร ถัง เกวียน)

2. เข้าใจเกี่ยวกับเงิน เวลา ทิศ แขนงผัง แผนที่ ปริมาตร และความจุ

3. เลือกใช้เครื่องมือวัด และหน่วยการวัดที่เป็นมาตรฐานได้อย่างเหมาะสม

4. บอกความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยการวัดในระบบเดียวกันได้

**มาตรฐาน ค 2.2 :** วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

1. ใช้เครื่องมือวัดที่เป็นมาตรฐานวัดความยาว น้ำหนัก และปริมาตรของสิ่งต่าง ๆ ได้

2. หาคความยาว พื้นที่ ปริมาตร และความจุจากการทดลองและใช้สูตรได้

3. บอกเวลา ช่วงเวลา และจำนวนเงินได้

4. คาดคะเนความยาว ระยะทาง พื้นที่ น้ำหนัก ปริมาตร และความจุ เพื่อนำไปใช้

ในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

**มาตรฐาน ค 2.3 :** แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

1. นำความรู้เกี่ยวกับการวัด เงิน เวลา ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

2. นำความรู้เกี่ยวกับเรื่องทิศและมาตราส่วนไปใช้ในการอ่านและเขียนแผนผังได้

## สาระที่ 3 เรขาคณิต

**มาตรฐาน ค 3.1 :** อธิบายและวิเคราะห์รูปร่างเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

1. จำแนกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติได้

2. บอกสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ และสามารถนำไปใช้ในการ

แก้ปัญหาได้

3. สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติ และประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติได้

4. บอกสมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

**มาตรฐาน ค 3.2 :** ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และ ใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

1. นึกภาพสิ่งของรูปเรขาคณิตและเส้นทาง พร้อมทั้งอธิบายได้

2. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ประกอบด้วยรูปเรขาคณิตสองมิติใดบ้าง

พร้อมทั้งเขียนรูปเรขาคณิตสองมิตินั้นได้

3. บอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้สามารถประกอบเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติใด

#### สาระที่ 4 พืชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

1. อธิบายแบบรูปและความสัมพันธ์และนำความรู้ไปใช้ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

1. วิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อน และสามารถจำลองสถานการณ์นั้นให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่มีตัวไม่ทราบค่าได้

2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ได้

#### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

1. รวบรวมข้อมูลจากการสังเกต การสำรวจ และการทดลองได้

2. อ่านและอภิปรายประเด็นต่าง ๆ จากแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม ตาราง และกราฟได้

3. นำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิแบบต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดเหตุการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

1. อภิปรายสถานการณ์เพื่อสร้างความคุ้นเคยกับคำที่มีความหมาย เช่น เดียวกับคำว่า “แน่นอน” “อาจจะใช่หรือเป็นไปได้” และรู้จักคาดเดาสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้คำเหล่านี้ได้

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

#### สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้

2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

1. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

**มาตรฐาน ค 6.3 :** มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

**มาตรฐาน ค 6.4 :** มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

1. นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้

2. นำความรู้และทักษะจากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในชีวิตจริงได้

**มาตรฐาน ค 6.5 :** มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

## 2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาไว้มากมาย ซึ่งคล้ายคลึงกันดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง การบูรณาการซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งหมดกระบวนการแก้ปัญหาเป็นหนทางนำไปสู่ความสำเร็จที่ยิ่งใหญ่ทั้งในการดำรงชีวิตประจำวันและการทำงาน อย่างไรก็ตาม การเรียนรู้การแก้ปัญหาไม่ควรออกจากหลักสูตรแต่ควรจะรวมอยู่ในมาตรฐานของเนื้อหา

ครูลิค และ รูดนิค (Krulik and Rudnick, 1995 : 3) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการที่แต่ละคนใช้ก่อนที่จะได้มาซึ่งความรู้ ทักษะและความเข้าใจ เพื่อจะดำเนินการตามความต้องการของสถานการณ์ที่ไม่เคยเจอ นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ต่าง ๆ ที่ตัวเองมีและประยุกต์ความรู้เหล่านั้นต่อสถานการณ์ใหม่ ๆ และสถานการณ์ที่ต่างกัน

ลอล่า (Lola, 1970 : 266) กล่าวว่า การแก้ปัญหาหมายถึงกระบวนการที่ซับซ้อนเกี่ยวกับการหยั่งเห็น การจินตนาการการจับต้องนามธรรมและความสัมพันธ์ทางความคิด

อดัมส์, เอลลิส และบีสัน (Adams, Ellis and Beeson, 1977 : 173-174) กล่าวว่า ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษาคำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้น ไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าว่าจะใช้วิธีการใด

ในการหาคำตอบของปัญหานั้นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

เรย์, ซุยคัม และ ลินด์ควิสท์ (Reys, Suydam and Lindquist. 1992 : 54) กล่าวว่า ปัญหาหมายถึง สถานการณ์ที่คนต้องการบางสิ่งบางอย่างและไม่รู้วิธีจะแก้ปัญหานั้นโดยทันที ถ้าปัญหานั้นรู้ได้โดยง่ายว่าจะหาคำตอบอย่างไร หรือรู้คำตอบโดยทันทีสิ่งนั้นก็ไม่ใช่ปัญหา

ครูอิกแซงก์ และ เชฟฟิลด์ (Cruikshank and Sheffield. 1992 : 37) กล่าวว่า ปัญหาหมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งงงวย ปัญหาควรจะเป็นคำถามหรือสถานการณ์ ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบโดยทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนได้

โซวชีก (Sovchik. 1989 : 256) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีถึง กิจกรรมที่พยายามจะแก้สถานการณ์ให้ได้มาซึ่งคำตอบและคำตอบที่ได้จะไม่เกิดขึ้นทันที

จากความหมายดังกล่าวข้างต้นสรุปว่า ปัญหาหมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีแก้ไขหรือหาคำตอบ ผู้แก้ปัญหาคงค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบนั้นสำเร็จสำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

คัตซ์ (Kutz. 1991 : 91) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้ คือ มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรคซึ่งผู้แก้ปัญหามิรู้วิธีที่บรรลุเป้าหมายนั้น ผู้แก้ปัญหามักกระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

เคนเนดี และ ทิปป์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 81) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

ครูลิก และ เรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 3 – 4) กล่าวถึง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมาย (Problem solving as a goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษาและบุคคลอื่นๆที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านั้นเข้าใจว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหามานำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกของนักศึกษา



คณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem solving as a process) การตีความในลักษณะนี้เห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณา คือ วิธีการกระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem solving as a basic skill) การตีความลักษณะนี้จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนคติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem solving) ในทุกครั้งของการสอน

โพลยา (Polya. 1957 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เบลล์ (Bell. 1978 : 310) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหาโดยบุคคลผู้หาคำตอบ

เลสเตอร์ (Lester. 1977 : 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง หัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย ซึ่งการแก้ปัญหามีความหมายได้หลายอย่างทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา

แอนเดอร์สัน และ พินกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544 : 16 ; อ้างอิงจาก Baroody. 1993. **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically.**) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด

สถานการณ์หรือคำถามข้อใด จะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์ เป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอื่น ๆ ก็ได้

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการหรือยุทธวิธีและเทคนิคเฉพาะต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ มโนคติ การคิดวิเคราะห์ ประสบการณ์ และทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติเพื่อให้ปัญหาให้บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ใช้ความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิม และทักษะกระบวนการ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดที่มีอยู่ในตัวผู้เรียน ไปสังเคราะห์และประมวลเข้าด้วยกัน แล้วนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ๆ

## 2.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ฟิชเชอร์ (Fisher. 1987 : 2 - 3) กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหา เป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำเนินชีวิตในแต่ละวัน ส่งเสริมความสามารถในระดับต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การประสบความสำเร็จในชีวิต ทักษะการแก้ปัญหานี้จะส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิด สร้างสรรค์ และความคิดวิจรรณญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้แก่ การสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ การระดมสมองทำงานเป็นกลุ่มและใช้เป็นเครื่องมือหาคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังนั้นการแก้ปัญหาก็มีความสำคัญในการจัดการศึกษาของมนุษย์ด้วย

เบลล์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 11 ; อ้างอิงจาก Bell. 1978. **Teaching and Learning Mathematics in Secondary School.**) กล่าวว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหามีช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริงทักษะมโนคติ และหลักการต่าง ๆ โดยการเชื่อมโยงและประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์นั่นเอง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 1 - 3) ได้เสนอให้ การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอนและเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาโดยกำหนดให้ การแก้ปัญหา เป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรก ของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะมโนคติ หลักการต่าง ๆ

ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะก่อให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้ อยากเห็น

โพลยา (Polya. 1957 : 221) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นพฤติกรรมพื้นฐานของมนุษย์ส่วนใหญ่ที่สุดของความคิดขณะที่มนุษย์ยังมีสติจะเกี่ยวข้องกับปัญหา มนุษย์มีการแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ความเจริญก้าวหน้าของโลกที่เกิดขึ้นก็เกิดจากการรู้จักแก้ปัญหาของมนุษย์ ดังนั้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นช่วยผู้เรียนให้ได้รับการฝึกประสบการณ์เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญยิ่งที่จะต้องพัฒนา ให้เกิดในตัวผู้เรียน เพื่อนำไปใช้ในการดำรงชีวิต

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 11 ; อ้างอิงจาก Lester. 1977. **Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research.**) และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตรและการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการจัดการศึกษาตามแผนการศึกษาชาติ คือ การพัฒนาคนและคุณภาพของคนให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์มุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงามทั้งในการทำงาน และการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ. 2545 : 1 - 2) จะเห็นว่า การจัดการศึกษาในปัจจุบันได้ให้ความสำคัญในเรื่องการแก้ปัญหา วัตถุประสงค์ประการหนึ่งในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ คือ ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหา ฝึกกระบวนการคิด ทำให้ผู้เรียนรู้จักการคิดวิเคราะห์หาเหตุผล ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (1989 : Online) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคงจะเป็นจุดเน้นที่สำคัญในหลักสูตรคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการเรียนคณิตศาสตร์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 135) การแก้ปัญหาคือสิ่งสำคัญ สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้แนวคิดและทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ (NCTM. 2000 : 182) นอกจากนี้สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา National Council of Teachers of Mathematics ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็น 1 ใน 5 มาตรฐานกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ปี ค.ศ. 2000 (NCTM. 2000 : Online)

จากแนวคิดดังกล่าวสรุปได้ว่า ความสำคัญของการแก้ปัญหามathematics เป็นกระบวนการที่มีขั้นตอนและมีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะเป็นการฝึกทักษะการแก้ปัญหามathematics และพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในหลาย ๆ ด้าน เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยงองค์ความรู้ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เมื่อผู้เรียนสามารถแก้ปัญหามathematics ได้สำเร็จจะทำให้เกิดความภาคภูมิใจใน

ตนเอง มีความเชื่อมั่นในตนเองเพิ่มขึ้น ส่งผลให้เกิดความใฝ่รู้อยากเรียนคณิตศาสตร์และมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

### 2.3 องค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 : 104) พิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 2 (กรมวิชาการ. 2545ข : 24) แยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น 2 องค์ประกอบ คือ

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้
2. ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้

จากองค์ประกอบของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมานั้น งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสรุปองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน เป็น 4 องค์ประกอบ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา คือ ผู้เรียนสามารถตีความหมายและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการคิดคำนวณ ซึ่งนักเรียนจะต้องทำการบวกลบคูณและหารได้ด้วยตนเอง

2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา คือ ผู้เรียนสามารถกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหา กำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งยุทธวิธี การกำหนดยุทธวิธีไว้หลาย ๆ ยุทธวิธีจะเป็นประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบและเลือกใช้ยุทธวิธีที่ดีที่สุด อันส่งผลต่อการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาย่างเหมาะสมที่สุด

3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ผู้เรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

4. การสรุปคำตอบ คือ ผู้เรียนสามารถตรวจคำตอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่นหรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไขเพื่อสรุปผลการแก้ไขปัญหารูปแบบทั่วไป

องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ทักษะและประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวไว้ดังนี้

บาร์ดี้ (Baroody. 1993 : 2 - 10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบด้านความรู้สึกซึ่งเป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อมั่นของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิดเป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถตอบตนเองได้ว่าข้อมูลอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหารวมทั้งจะติดตามและควบคุมข้อมูลเหล่านั้นได้อย่างไร

ปริชา เนาว์เย็นผล (2544 : 31 – 33 ; อ้างอิงจาก Baroody. 1993. **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children Think Mathematically.**) กล่าวว่า องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้จะเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งจะเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้มีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาและส่งผลโดยตรงต่อการเรียนคณิตศาสตร์ องค์ประกอบที่สำคัญมีดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึง และความสามารถในการเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยสำคัญอีกประการหนึ่งที่จะช่วยให้การทำความเข้าใจเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพหรือแผนภูมิการสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง

2. ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหายู่เสมอ ผู้เรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน ผู้เรียน

ได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าแก้ปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายคลึงกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาค่อยคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง ผู้เรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล หลังจากผู้เรียนทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนในการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งในขั้นตอนนี้ปัญหาบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล

การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จ

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ผู้เรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็นและเพียงพอ ในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้เรียนไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาวิธีการหาคำตอบในทันทีทันใด ผู้เรียนต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่ เพื่อให้ให้ได้คำตอบที่ผู้เรียนจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้น ในตัวผู้เรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ และสามารถนำความรู้ที่รู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหาจึงจะทำให้แก้ปัญหาได้

7. ระดับสติปัญญา มีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่าผู้เรียนที่มีระดับสติปัญญาดำ

8. การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตยเปิดโอกาส ให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น และตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงดูแบบปล่อยปละละเลยหรือเข้มงวดกวดขัน

9. วิธีสอนของครู กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นตัวผู้เรียน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของผู้เรียน ย่อมจะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่ากิจกรรมการเรียนการสอนแบบที่ครูเป็นผู้บอกให้รู้

สุวร กาญจนมยุร และคณะ (2543 : 3 - 4) กล่าวถึง องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษา ได้แก่ คำและความหมายของคำต่าง ๆ ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแต่ละข้อมีความหมายอย่างไร

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจ เป็นขั้นตีความหมายและแปลความจากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบด้วยวิธีการบวก ลบ คูณ และหาร ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดได้ด้วยตนเอง

3. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ขั้นนี้นักเรียนจะต้องมีทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

4. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับแสดงวิธีทำ ครูผู้สอนต้องให้นักเรียนฝึกการอ่าน ข้อความจากโจทย์แต่ละตอน โดยเขียนสั้น ๆ รัดกุมและมีความชัดเจนตามโจทย์

5. องค์ประกอบในการฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนจะต้องเริ่มฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกคนจากง่ายไปหายาก กล่าวคือ เริ่มฝึกทักษะตามตัวอย่างหรือเลียนแบบตัวอย่างที่ครูผู้สอนทำให้ดูก่อน จึงไปฝึกทักษะการแปลความและฝึกทักษะจากหนังสือเรียนต่อไป

จากแนวคิดที่นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศกล่าวมาข้างต้นนั้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์องค์ประกอบที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ เป็น 5 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ เป็นการคิดอย่างพิจารณา คิดอย่างรอบคอบ มีวิธีคิดที่ทำให้ผู้เรียนมีความชำนาญ และความสามารถในการจำแนกแยกแยะองค์ประกอบของสิ่งใด สิ่งหนึ่งออกเป็นส่วน ๆ โดยหาหลักฐานที่มีเหตุผลหรือข้อมูลที่เชื่อถือได้มายืนยันการตัดสินใจ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปที่ถูกต้อง

2. ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นการอธิบายหรือชี้แจงเหตุผลประกอบการตัดสินใจ เพื่อนำไปสู่การสรุปได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย เป็นการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม จะเป็นการสังสมประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

4. ความสามารถในการคิดคำนวณ เป็นการทำความเข้าใจกับปัญหาและวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้วก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งจะต้องใช้ทักษะในการบวก ลบ คูณ และหาร ได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

5. วิธีสอนของครู เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นตัวผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดอย่างเป็นอิสระมีเหตุผล ให้ความสำคัญกับความคิดของผู้เรียน ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม

#### 2.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้  
 เทราท์แมน และ ลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4 - 7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้  
 ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหานั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือการตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

ขั้นที่ 2 กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหาหลาย ๆ แผน จะเป็นสิ่งที่มีประโยชน์ เพราะสามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพดีที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหอย่างเหมาะสมที่สุด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาก็สามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานกลุ่มคล่องเร็วและมีความสมบูรณ์



ขั้นที่ 4 ประเมินแผนและคำตอบ ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดยการพิจารณาว่า คำตอบ มีความเป็นไปได้หรือมีความจริงหรือไม่ ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ลองแก้ปัญหาใหม่โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้ เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ คนอื่น ๆ

ขั้นที่ 5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้ โดยเขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม เสนอปัญหาใหม่เพื่อที่ผู้แก้ปัญหาก็จะค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาที่ดีจะจดบันทึกการแก้ปัญหของตนไว้ เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการ ร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาครั้งต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก ได้แก่ แหล่งของปัญหา ตัวปัญหาที่กำหนด แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่าง คร่าว ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ และข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการ แก้ปัญหา

โพลยา (Polya. 1957 : 16 - 17) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการ ที่มีบทบาทสำคัญในการที่จะพัฒนาคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้นักพบวิธีใหม่ ๆ และยังสามารถนำวิธีการไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ ซึ่งเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) พิจารณาว่า อะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ใน รูปแบบใดแล้วยังต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ให้เพียงพอจะแก้ปัญหาหรือไม่ มากเกินความจำเป็นหรือ ขัดแย้งกันเองหรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะ ต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผน ในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มา ก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหาสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานั้นหรือไม่ พิจารณาส่งที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคยซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกันหรือคล้ายกัน โดยพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคที่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่าน ปัญหาอีกครั้งและวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัดชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไขเพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปแบบทั่วไป

สุวิทย์ มูลคำ (2547 : 27) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาเป็นการทบทวนปัญหาที่พบ เพื่อทำความเข้าใจให้่องแท้ ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐานหรือหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเนรวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไร หรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะต้องตั้งสมมติฐานไว้หลาย ๆ อย่าง

ขั้นที่ 3 วางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการเทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนดขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 4 เก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งขั้นนี้จะเป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาด้วย

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาทำการวิเคราะห์วินิจฉัยว่ามีความถูกต้องเที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 6 สรุปผล เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยสรุปในรูปแบบของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 191 - 192) ได้เสนอว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้ทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษาซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้ลึกเชิงจำนวน หรือความรู้ลึกเชิงปริภูมิ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศ ดังที่กล่าวมานั้นได้เสนอกระบวนการของการแก้ปัญหาไว้หลากหลาย ซึ่งมีทั้งขั้นตอน ที่คล้ายคลึงกันและแตกต่างกัน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยยึดแนวคิดของ โพลยา เทราท์แมน ลิช เทนเบิร์ก และ สุวิทย์ มูลคำ ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา ผู้แก้ปัญหามustทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหา แล้วยังต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งสำคัญ คือการตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหาลักษณะ กบอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานี้หรือไม่ พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน หรือคล้ายกัน โดยพิจารณาว่าจะใช้

วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาก็สามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานกลุ่มลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบความถูกต้อง เป็นการตรวจผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมาเพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณาว่ายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไข เพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังที่กล่าวมานี้สรุปได้ว่าการทำความเข้าใจปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาที่พบเพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ เพื่อนำมาวางแผนการแก้ปัญหา โดยต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด แล้วจึงดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่กำหนดไว้แล้วทำการตรวจสอบความถูกต้องและวิธีการในการแก้ปัญหา เพื่อสรุปผลการแก้ปัญหาให้กะทัดรัด ชัดเจนและเหมาะสม ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาเหล่านี้จะสามารถพัฒนาให้ผู้เรียนได้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน ทำให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้มีทักษะการแก้ปัญหาและมีแนวคิดในการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาย่างหลากหลายซึ่งทำให้เกิดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

## 2.5 การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวผู้เรียนเข้าใจระบบพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของผู้เรียนเพื่อนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของผู้เรียน การจัดกิจกรรมต่าง ๆ จึงจะได้ผล ซึ่งมีแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังนี้

สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 64) ได้เสนอยุทธวิธีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. วิธีการแก้ปัญหา มีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี “กระบวนการทางคณิตศาสตร์” ซึ่ง

จะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขพบ

2. การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึก จะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูน โดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้น สามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐาน และจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียนหรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนต้องการที่จะพัฒนากรอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพสังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบ ยุทธวิธีเหล่านี้ต้องการ ชี้นำอย่างยั้ง เพื่อให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาควรต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนที่จะตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่ง ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หัววิธีการ สถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจ ลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลว ความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครูควรใช้คำถามนำเรื่อยไป ดังนั้นในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม จะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความเชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่าง ๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาของตนเองได้

การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายสูงสุดของการสอนคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาตอนต้น ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นจุดประสงค์ปลายทางในเกือบทุกบทเรียน แต่อย่างไรก็ตามการพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหายังเป็นปัญหาทั้งผู้เรียนและครู ครูจะมีกลวิธีการสอนอย่างไรที่จะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ จากแนวคิดของ อัดัม, เอลลิส และ บีสัน (ศศิธร แดงฉำ. 2543 : 14-17 ; อ้างอิงจาก Adam, Ellis and Beeson. **Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.**) ได้กล่าวถึง การสอนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายประการ สรุปได้ดังนี้

ประการที่ 1 ควรให้ผู้เรียนคิดเชิงเหตุผลและตีความภายใต้บริบทของปัญหานั้น ๆ ย่อมทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพและถูกต้อง

ประการที่ 2 ควรใช้ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอหรือข้อมูลที่เกินความจำเป็นและปัญหาควรผูกโยงกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต

ประการที่ 3 ควรเน้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยรูปแบบหลากหลาย การที่จะแก้ปัญหาด้วยรูปแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของปัญหาว่าเป็นไปเพื่ออะไร ถ้าใช้ปัญหาเพื่อพัฒนาหลักการหรือทักษะทางคณิตศาสตร์แล้ว ปัญหาควรมีลักษณะหลากหลายพอที่จะอธิบายหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ หากเป็นไปเพื่อประโยชน์ในการสัมพันธ์คณิตศาสตร์กับสิ่งแวดล้อมในชีวิตจริง ปัญหาควรมีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งแตกต่างจากปัญหาในแบบเรียนที่เน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 4 ควรบูรณาการโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับโจทย์สัญลักษณ์ตั้งแต่เริ่มสอน โดยกระทำดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาในการสอนมโนคติเกี่ยวกับทักษะขั้นพื้นฐาน เพราะผู้เรียนจะเกิดความเข้าใจได้ง่ายขึ้น
2. ใช้โจทย์ปัญหาเชื่อมโยงกับโจทย์สัญลักษณ์ โจทย์สัญลักษณ์มีลักษณะเป็นนามธรรม สามารถทำให้เป็นโจทย์ปัญหาซึ่งเป็นรูปธรรม อันจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น
3. ส่งเสริมการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมในการแก้ปัญหา

ประการที่ 5 ควรใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ หมายถึง โจทย์ปัญหาที่ไม่มีลักษณะเหมือนโจทย์ปัญหาในหนังสือแบบเรียนที่มุ่งเน้นฝึกทักษะหนึ่ง ๆ ที่มีข้อมูลเฉพาะที่จำเป็นและมีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว หากแต่โจทย์ปัญหาไม่ปกติ มุ่งฝึกทักษะการคิดแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล โดยมีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหา ต่อไปนี้

1. มุ่งเน้นการวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้มากกว่าสิ่งที่จะเป็น โจทย์ปัญหาที่เน้นการคำนวณหาคำตอบ
2. มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ
3. ขยายขีดความสามารถของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ผู้เรียนควรจะมีคามสนใจปัญหานั้นอย่างแท้จริง การสร้างโจทย์ปัญหาตามความสนใจของผู้เรียนเป็นรายบุคคล ซึ่งอาจต้องใช้เวลารวบรวมข้อมูลนาน นั่นคือ ฝึกให้ผู้เรียนเข้าใจถึงโจทย์ปัญหาตามความสนใจของตน

ประการที่ 6 ควรใช้โจทย์ผสม เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างเต็มที่ โจทย์ปัญหาจึงควรมีลักษณะหลากหลาย โดยผสมผสานปัญหาให้ผู้เรียนรู้จักนิยามปัญหาและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งผลพลอยได้ก็คือ ฝึกให้ผู้เรียนมีความยืดหยุ่นในการแก้โจทย์ปัญหา ลักษณะของโจทย์ผสม มี 2 ลักษณะ คือ

1. โจทย์ปัญหาที่ผสมกับทักษะการคำนวณมากกว่า 1 ทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งจะกระตุ้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้ ข้อมูลที่ได้มาและวิธีแก้ปัญหาคด้วยความระมัดระวังยิ่งขึ้น
2. โจทย์ปัญหาที่ผสมรูปแบบเฉพาะในการคำนวณ เช่น โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับการลบ ซึ่งแทนที่จะมีแต่การลบอย่างธรรมดาหรือการเอาออกก็มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาที่เพิ่มสิ่งที่หายไป

หรือโจทย์ปัญหาการเปรียบเทียบเป็นต้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนวิเคราะห์สิ่งที่ไม่รู้ ข้อมูลที่ได้มาและวิธีแก้ปัญหาคด้วยความระมัดระวัง

ประการที่ 7 ควรให้ผู้เรียนทำกิจกรรมหาคำตอบเอง โดยมีภาระชี้แนะขั้นพื้นฐานอาจช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ปัญหาด้วยความยืดหยุ่น การสอนลักษณะนี้มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนรู้จักวางแผนหากลวิธีแก้ปัญห และเมื่อตรวจสอบคำตอบโดยการประมาณในใจหรือโดยการประเมินอย่างคร่าว ๆ

ประการที่ 8 ควรให้ผู้เรียนตั้งโจทย์ปัญหาเอง อาจตั้งโจทย์ปัญหาจากงานอดิเรกจากการไปทัศนศึกษา จากข้อมูลในหนังสือพิมพ์หรือวิทยุโทรทัศน์ จากจินตนาการหรือจากโครงการต่าง ๆ

ประการที่ 9 ควรให้ผู้เรียนตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อมที่ใกล้บ้านผู้เรียน เช่น โจทย์เกี่ยวกับโรงงานอุตสาหกรรมหรือแหล่งก่อสร้าง ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นภาพความเป็นจริงมากขึ้น

ประการที่ 10 ควรใช้ปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่มีตัวเลข เพื่อจุดมุ่งหมาย 2 ประการ คือ

1. เพื่อฝึกการระบุวิธีแก้ปัญห
2. พัฒนาความคิดเชิงเหตุผล

ประการที่ 11 ควรฝึกประมาณคำตอบ ซึ่งนับเป็นสิ่งสำคัญเพราะเรามักจะประมาณคำตอบก่อนที่จะแก้ปัญห

ประการที่ 12 ควรฝึกให้นักเรียนอภิปรายและคิดโดยการพูด ดังนี้

1. อะไรคือปัญหา นั่นคือ โจทย์ต้องการทราบอะไร
2. อะไรคือข้อมูลที่โจทย์ให้มา คือ หาข้อมูลที่จำเป็น
3. ทำอย่างไรจึงจะใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาแก้ปัญห โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ชี้แนะกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด โดยอาศัยคำถาม 3 ข้อ ข้างต้นพร้อมทั้งควรจะช่วยแนะให้ผู้เรียนรู้จักแยกแยะมโนคติหลักออกเป็นมโนมคดีย่อย ๆ และทำให้เห็นขั้นตอนย่อย ๆ ทีละขั้นของการแก้ปัญห

ประการที่ 13 ควรฝึกให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยาก ที่ผู้เรียนเคยประสบมา แต่มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมา

ประการที่ 14 ควรฝึกให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยอาศัยวิธีการวาดรูป ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุและเข้าใจปัญหามากขึ้น

เป้าหมายของการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญห ดำเนินแก้ปัญห และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังนี้

1. ฝึกอ่านโจทย์อย่างละเอียดทำความเข้าใจจำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ โดยมุ่งให้สามารถตอบคำถามต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร

2. ฝึกเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่าง ข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ บอกความหมาย อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพตารางหรือเทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัดและเห็นเป็นรูปธรรมแล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

3. ฝึกรู้จักประมาณคำตอบโดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว

4. ผู้เรียนฝึกรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Intellectual Development) ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (ประสิทธิ์ พลศรีพิมพ์. 2542 : 134-135) ไม่แบ่งช่วงอายุของการพัฒนาการสติปัญญาเหมือนของเพียเจต์ แต่เขาถือว่าการพัฒนาการเป็นกระบวนการต่อเนื่องที่ดำเนินไปตลอดชีวิตในลักษณะของการถ่ายทอดประสบการณ์ด้วยการกระทำ บรูเนอร์ได้แบ่งการพัฒนาการทางสติปัญญา ออกเป็น 3 ระดับ ดังนี้

1. ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive stage) เป็นระดับที่เด็กจะเรียนรู้จากการกระทำได้มากที่สุด เปรียบขั้นนี้ได้กับขั้นแรกของเพียเจต์ คือ ขั้นการรับรู้ทางประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว

2. ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic stage) เป็นระดับที่อาศัยการใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ เช่น การมองเห็นสิ่งใดก็เป็นประสบการณ์ส่วนหนึ่ง เด็กจะนำประสบการณ์ที่ได้จากการใช้ประสาทสัมผัส มาสร้างเป็นภาพในใจ การสร้างภาพในใจขึ้นมา ก่อนการกระทำ จะเพิ่มตามอายุเด็กยิ่งโตมากยิ่งขึ้นสามารถถ่ายทอดประสบการณ์ออกมาเป็นสัญลักษณ์ได้มากเท่านั้น

3. ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Abstract stage) เป็นระดับการถ่ายทอดการเรียนรู้หรือประสบการณ์ด้วยสัญลักษณ์หรือภาษา ซึ่งถือว่าเป็นขั้นสูงสุดของการพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์ เด็กสามารถคิดหาเหตุผลและเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ บรูเนอร์ เห็นว่าการพัฒนาทางสัญลักษณ์และภาษามีขึ้นพร้อม ๆ กัน



การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ บรูเนอร์ แบ่งเป็น 7 ลักษณะ ดังต่อไปนี้

1. การสอนคณิตศาสตร์ กำหนดไว้ 3 ขั้นตอน คือ  
ขั้นแรก สอนด้วยวัสดุที่เป็นของจริง  
ขั้นที่สอง สอนด้วยการใช้ภาพ กราฟ หรือแผนที่แทนของจริง  
ขั้นที่สาม สอนด้วยการใช้สัญลักษณ์ เช่น ตัวเลข เครื่องหมายต่าง ๆ
2. การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะช่วยให้เด็กสร้างกฎเกณฑ์ขึ้นได้เอง
3. ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมมาก่อนนามธรรม โดยต้องมีลักษณะที่เป็นแนวเดียวกัน จึงจะทำให้เด็กเกิดแนวคิดได้เร็วขึ้น
4. สอนเนื้อหาใหม่ควรทบทวนเนื้อหาเดิมก่อน
5. ฝึกให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเอง เพราะจะเป็นองค์ประกอบสำคัญให้เกิดการเรียนรู้
6. เด็กจะเรียนได้ดี ถ้าบอกให้ทราบจุดประสงค์ของบทเรียนแต่ละบท
7. เด็กสามารถเรียนรู้ได้จากเพื่อนร่วมงาน จึงควรจัดให้เป็นกลุ่ม

การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ กาเย่ (Gagne. 1985 : 186 - 187) เชื่อว่าการเรียนรู้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเป็นลำดับ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) เป็นความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอดและ / หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสมทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนรู้มาก่อน
2. ลักษณะของปัญหา (Problem schemata) เป็นข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ
3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning strategies) เป็นความสามารถในการตรวจสอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลงตลอดกระบวนการ

คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 81) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยเริ่มจากการตั้งคำถามเพื่อเป็นแนวทางที่ใช้ระบุประเด็นปัญหา ตัวแปรสำคัญ และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แล้วเพิ่มความซับซ้อนของปัญหาโดยปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามที่อยู่ในปัญหา

2. ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ผู้เรียนควรได้รับการฝึกฝนให้แก้ปัญหาที่หลากหลายและแปลกใหม่ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีการคิดวางแผนด้วยตนเองก่อนลงมือ และควรฝึกฝนการคิดวางแผนอย่างสม่ำเสมอ

3. ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ผู้เรียนควรฝึกการแสดงวิธีหาคำตอบตามลำดับความคิดที่วางแผนไว้ ทั้งนี้ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหาควรได้บันทึกรายละเอียดของการแก้ปัญหาไว้ด้วย

4. ความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาด้วยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และการขยายโมดัลเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญห่อื่น ๆ ที่มีลักษณะเดียวกัน แนวทางการฝึกฝนผู้เรียนให้มีความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหามีดังนี้

4.1 กระตุ้นให้มองเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้

4.2 ฝึกฝนให้คาดคะเนคำตอบและตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

เพื่อพัฒนาความสามารถด้านความรู้เชิงจำนวน

4.3 ฝึกให้สามารถตีความหมายของคำตอบ

4.4 ส่งเสริมให้ทำแบบฝึกหัดที่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

4.5 ฝึกให้สร้างโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสาระการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4.6 ฝึกให้หาข้อสรุปทั่วไปจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปานทอง กุลนาถศิริ (2544 : 3 – 4) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการตั้งคำถามและแต่งเรื่องราวหรือแต่งโจทย์ปัญหาจากข้อมูลที่กำหนด

2. การฝึกให้ผู้เรียนแต่งโจทย์หรือเรื่องราวให้สมบูรณ์ ครูสอนควรฝึกให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของโจทย์หรือข้อมูลที่กำหนดให้ว่ามีความสมบูรณ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร มีความเป็นไปได้หรือไม่ และสมเหตุสมผลหรือไม่เพียงใด

3. การฝึกให้ผู้เรียนมีความสามารถในการจัดการและกระทำกับข้อมูลต่าง ๆ อย่างมีระบบระเบียบ เช่น ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการวาดภาพ การเขียนรูป การทำรายการ การเขียนตาราง เพื่อช่วย ในการจำแนกข้อมูล เป็นต้น

4. การฝึกให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคาดเดา ตรวจสอบและทบทวน เพื่อเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีความตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติกิจกรรมเพื่อคาดเดาตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้หรือไม่ตลอดจน ทบทวนเพื่อให้มั่นใจในคำตอบที่ได้ว่ามีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล

5. การฝึกให้ผู้เรียนสามารถบ่งบอกถึงสิ่งที่จะเกิดขึ้นต่อไป จากการสังเกตสิ่งที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ กันในลักษณะรูปแบบต่าง ๆ

6. การฝึกให้ผู้เรียนรู้จักใช้ตรรกะในการคิดหรือคาดเดาคำตอบ เพื่อให้คำตอบที่หาได้หรือคาดเดาไว้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ควรฝึกให้ผู้เรียนมีตรรกะในการคิด

จากแนวคิดและทฤษฎีที่กล่าวมานั้น สรุปได้ว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ครูต้องส่งเสริมและกระตุ้นให้ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา วางแผนการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา โดยใช้เทคนิคและยุทธวิธีที่หลากหลาย เลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตรวจสอบความถูกต้อง ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

## 2.6 การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผล (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 : 11-15) เป็นกระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอน โดยมีจุดประสงค์ 3 ประการ ดังนี้

1. เพื่อการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นของผู้เรียน ประเมิน 2 ขั้นตอนดังนี้

1.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่ผู้เรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชาบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผล จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ เพื่อจัดกลุ่มผู้เรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน และเพื่อวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้สอนพิจารณาเลือกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของผู้เรียน ด้วยการเลือกเนื้อหาสาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์และสื่อการเรียนรู้ต่างๆ ที่เหมาะสม และตรงตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

1.2 ประเมินระหว่างเรียนเป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยผู้เรียนในระหว่างการเรียน ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ผู้สอนนำไปใช้ เพื่อศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นระยะ ๆ ว่าผู้เรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นผู้สอนจะได้หาทางแก้ไข

ได้ทันทั่วทั้งที่ และเพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนไม่เข้าใจบทเรียนใด ก็จะได้จัดให้เรียนซ้ำ หรือผู้เรียนเรียนรู้บทเรียนใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้ ก็จะได้ปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคนด้วย

2. เพื่อใช้ผลประเมินในการตัดสินผลการเรียนของผู้เรียนเป็นการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนตามสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และใช้ผลการทดสอบเพื่อตัดสินผลการเรียนและให้ระดับคะแนนของวิชาคณิตศาสตร์นั้น รวมทั้งนำผลการเรียนรู้ดังกล่าวไปใช้เพื่อแนะแนวทางการศึกษาต่อ

3. เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศ ในการวางแผนบริหารจัดการศึกษา ของสถานศึกษากำหนดนโยบาย และการพัฒนาหลักสูตรต่าง ๆ

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีหลักการสำคัญ ดังนี้

1. การวัดผลและประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง ควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เร้าที่ส่งเสริมให้ผู้เรียน ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจ ด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไร กับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่าง ผู้เรียนด้วยกันเอง และระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ ผู้สอนยังสามารถใช้ คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ และพัฒนาการ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้อีกด้วย

2. การวัดผลและประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ ตามมาตรฐานการเรียนรู้และจะต้องสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตร ที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการวัดผล การประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และ ต้องแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนทราบโดยตรงข้ามหรือทางอ้อม เพื่อให้ ผู้เรียนได้ปรับปรุงตนเอง

3. การวัดผลและประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด ทักษะกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ ที่จัดไว้ในหลักสูตรของ สถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพ ทั้ง 3 ด้าน ดังกล่าว ควรมีลักษณะดังนี้

3.1 สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่มีหลายวิธี

3.3 เงื่อนไขหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้ผู้เรียนใช้การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป

3.5 งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงเพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ต้องช่วยให้ได้ข้อมูลสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียนซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ (Math note) การทดสอบ การสังเกต การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน รวมทั้งการให้ผู้เรียนได้ประเมินตนเอง และนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้ผู้สอนได้มีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับผู้เรียนอย่างครบถ้วน

5. การวัดผลและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริม ให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งปรับปรุงการสอนของผู้สอนให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

5.1 การวัดผลและประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินผลที่กำหนดไว้ก่อนเริ่มการจัดการเรียนรู้ เพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

5.2 การวัดผลและประเมินผลระหว่างเรียน เป็นการวัดผลประเมินผลความรู้ความสามารถของผู้เรียนตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

5.3 การวัดผลและประเมินผลหลังเรียนเป็นการประเมินผล หลังการจัดการเรียนรู้ เพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาได้จากการประเมิน 4 องค์ประกอบ คือ

1. ความเข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา

#### 4. การสรุปคำตอบ

ผลที่ได้จากการแก้ปัญหาจะเป็นข้อมูลที่ครูผู้สอนหรือผู้เกี่ยวข้องใช้ประเมินความรู้ความสามารถของผู้เรียนได้โดยตรง และผู้เรียนยังนำข้อมูลไปใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของตนเอง พร้อมทั้งจัดเก็บผลงานไว้ในแฟ้มสะสมงานได้อีกด้วย

ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าวข้างต้น ผู้สอนจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับผู้เรียนแต่ผู้สอนควรมีบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่ผู้เรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบ ถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นมีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้

เกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาได้จากรายการประเมินองค์ประกอบ 4 รายการ คือ ความเข้าใจปัญหา การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและการสรุปคำตอบ ทั้งนี้อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2546 : 103 - 105) ที่แบ่งระดับคุณภาพเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 นอกจากนี้ผู้สอนอาจกำหนดน้ำหนักคะแนนของแต่ละปัญหาให้แตกต่างกันตามน้ำหนักของเนื้อหา หรือความเหมาะสมได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การประเมินผลแบบวิเคราะห์ของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| รายการประเมิน                      | ระดับคุณภาพ                             | เกณฑ์การพิจารณา   |
|------------------------------------|---|---|
| 1. ความเข้าใจ<br>ปัญหา             | 3 (ดี)<br>2 (พอใช้)<br>1 (ต้องปรับปรุง) | - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง<br>- เข้าใจปัญหามบางส่วนไม่ถูกต้อง<br>- เข้าใจปัญหาได้น้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา   |
| 2. การเลือกยุทธ<br>วิธีการแก้ปัญหา | 3 (ดี)<br>2 (พอใช้)<br>1 (ต้องปรับปรุง) | - เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและเขียนประโยค<br>คณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง<br>- เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบที่<br>ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยค<br>คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง<br>- เลือกวิธีการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ไม่ถูกต้อง |
| 3. การใช้ยุทธวิธี<br>การแก้ปัญหา   | 3 (ดี)<br>2 (พอใช้)<br>1 (ต้องปรับปรุง) | - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง<br>- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง<br>- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง   |
| 4. การสรุป<br>คำตอบ                | 3 (ดี)<br>2 (พอใช้)<br>1 (ต้องปรับปรุง) | - สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์<br>- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง<br>- ไม่มีการสรุปคำตอบ   |

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 : 104 - 105

ตาราง 2 เกณฑ์การประเมินทักษะ / กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

| ระดับคุณภาพ             | ทักษะ/ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์   |
|-------------------------|---|
| ระดับ 1<br>เริ่มปฏิบัติ | <ul style="list-style-type: none"> <li>- ไม่เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา</li> <li>- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการแก้ปัญหาน้อย</li> </ul>  |
| ระดับ 2<br>ฝึกปฏิบัติ   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- เลือกใช้ยุทธวิธีบางส่วนเพื่อแก้ปัญหาในบางส่วนเท่านั้น</li> <li>- แสดงให้เห็นถึงความสนใจและความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา</li> </ul>   |
| ระดับ 3<br>ผู้ปฏิบัติ   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- เลือกใช้ยุทธวิธีที่ถูกต้องเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</li> <li>- มีการวางแผนและแนะนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหอย่างชัดเจน</li> <li>- เชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้อย่างชัดเจนและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ได้</li> </ul>               |
| ระดับ 4<br>ผู้เชี่ยวชาญ | <ul style="list-style-type: none"> <li>- เลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหอย่างมีประสิทธิภาพ</li> <li>- ตัดสินใจเลือกยุทธวิธีที่ถูกต้องหรือพิจารณาทางเลือกอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา</li> <li>- สามารถวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนและสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้</li> </ul> |

ที่มา : สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา. 1989 : ออนไลน์



ตาราง 3 เกณฑ์การประเมินทักษะ / กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบแยกองค์ประกอบ

| ระดับคุณภาพ       | ความสามารถในการแก้ปัญหา   |
|-------------------|---|
| 4<br>ดีมาก        | ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน         |
| 3<br>ดี           | ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่นำอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้ดีกว่านี้                          |
| 2<br>พอใช้        | มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหา สำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้บางส่วน                     |
| 1<br>ต้องปรับปรุง | มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้น แล้วหยุดอธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ |
| 0<br>ไม่พยาม      | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา   |

ที่มา : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2546 : 123

### 3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

#### 3.1 ความหมายของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National of Teachers of Mathematics : NCTM) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ (Mathematics connection skill) หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกัน ให้รวมกันเป็นองค์ประกอบเดียวกัน (NCTM. 1989 : Online) ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประการ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กัน ให้นักเรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงสภาพชีวิตจริง

สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระ และทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้ เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น ซึ่งแบ่งเป็นการเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การเชื่อมโยง (Association) หมายถึง เหตุการณ์การกระทำหรือความรู้สึกที่เกิดขึ้นกับตัวเราพร้อม ๆ กัน เมื่อระลึกสิ่งใดสิ่งหนึ่งเราก็จะนึกถึงอีกสิ่งไปพร้อม ๆ กัน อาจเรียกว่า “การเชื่อมโยงส่วนตัว” เนื่องจากเป็นมันกระบวนการเรียนรู้ส่วนบุคคล การเชื่อมโยงของแต่ละคน เกิดจากการเชื่อมโยงประสบการณ์เดิม ความรู้เดิม หรือเหตุการณ์ ที่คน ๆ นั้นประสบมา มันเป็นกระบวนการที่เริ่มมาจากสิ่งที่รู้ไปหาสิ่งที่ไม่รู้ มันเป็นวิถีธรรมชาติสามัญที่ครูสามารถช่วยนักเรียนไม่ให้มีช่องว่างในการเรียนรู้สิ่งใหม่ครูจึงต้องรู้ว่านักเรียนมีประสบการณ์หรือมีสารสนเทศอะไร เก็บไว้ในความจำระยะยาวบ้าง ครูจะได้นำมาใช้เชื่อมโยงกับสิ่งใหม่ ครูส่วนมากก่อนเริ่มสอนเรื่องใหม่จึงกล่าวย้อนเนื้อหาที่นักเรียนเรียนมาแล้ว แต่ถ้านักเรียนไม่มีความรู้เดิมมาก่อน ครูสามารถสร้างตัวเกาะเกี่ยวประสบการณ์ส่วนตัวที่นักเรียนมีมาก่อนได้โดยเฉพาะ ถ้าประสบการณ์นั้นเกี่ยวข้องกับอารมณ์ด้วยแล้ว จะยิ่งช่วยให้นักเรียนเชื่อมโยงได้ง่ายขึ้น ซึ่งสมอง

เกี่ยวข้องกับอารมณ์อาจส่งผลด้านบวกหรือด้านลบกับการเชื่อมโยงได้ ถ้านักเรียนมีประสบการณ์ที่ไม่ดีมาก่อน เช่น นักเรียนที่มีปัญหากับการเรียนคณิตศาสตร์มาก่อน จะมีการถ่ายโยงทางลบ ตั้งแต่ยังไม่ได้เริ่มเรียนคณิตศาสตร์เรื่องใหม่

การเชื่อมโยงส่วนตนจะทำให้นักเรียนแต่ละคนเกิดการเรียนรู้ของตนเองไม่เกี่ยวกับผู้อื่น ก่อนการเรียนเรื่องการประมาณค่า ครูถามนักเรียนว่า “นักเรียนเคยแข่งขันท่ายานวณถั่วในขวดไหม ?” นักเรียนแต่ละคนจะนึกย้อนประสบการณ์ของตนเองที่ไม่เกี่ยวกับผู้อื่น ครูสามารถเพิ่มความรูสึกให้แต่ละคนได้อีก ด้วยการถามว่า “นักเรียนใช้กลยุทธ์อะไรที่จะชนะการแข่งขัน?” นอกจากนี้การให้นักเรียนทำนายเป็นการใช้ความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียนเป็นตัวเพิ่มการเรียนรู้ส่วนตนให้มากขึ้น

จูริตัน วงศ์วิริยะพันธ์ (2546 : 4) ได้ให้ความหมายทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นได้ หมายถึง ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

กรมวิชาการ (2544 : 25) ได้ให้ความหมายของทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยแบ่งตามระดับช่วงชั้นดังนี้

ระดับ ป. 1 – 3 ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้

ระดับ ป. 4 – 6 ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้ และนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในชีวิตจริงได้

ระดับ ม. 1 – 3 ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และนำไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

ระดับ ม. 4 – 6 ความสามารถในการเชื่อมโยง หมายถึง เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้นำไปประยุกต์ในการเรียนรู้ในงานและในการดำรงชีวิต

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้สรุปความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หมายถึงการวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์จากปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ว่าเป็นเนื้อหาในเรื่องใดบ้าง แต่ละเรื่องมีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร สามารถนำไปบูรณาการกันเองหรือบูรณาการเข้ากับชีวิตประจำวันได้หรือไม่ แล้วนำความรู้เหล่านั้นไปใช้แก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน โดยใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนที่มีความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สามารถทำสิ่งต่อไปนี้

1. สามารถมองปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในภาพรวมก่อนแล้ววิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดให้ว่าตรงกับเนื้อหาหรือสาระคณิตศาสตร์ ในเรื่องใดมองเห็นความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกันและสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้ได้

2. สามารถอธิบายถึงการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้อย่างมีความหมายและมีเหตุผล

3. สร้างแนวคิดใหม่หรือแนวทางการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ได้

4. ประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน

5. ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่ามีอยู่ในชีวิตประจำวัน สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

### 3.2 ความสำคัญของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000 : 274 - 279) กล่าวว่า กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงการเชื่อมโยงด้วย การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ถ้าไม่มีการเชื่อมโยงความรู้ นักเรียนจะเรียนโดยการจดจำเฉพาะในแนวคิดที่แบ่งแยกเป็นบท ๆ ไปหรือแยกในแต่ละเนื้อหาซึ่งเนื้อหาที่เรียนในแต่ละบทเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจจากเนื้อหาที่ได้เรียนไปก่อนแล้วเชื่อมโยงสู่ความรู้ในปัจจุบัน เช่น จากเรื่องเศษส่วนเชื่อมโยงไปเป็นอัตราส่วนและความสัมพันธ์ของเส้นตรง ซึ่งเชื่อมโยงความรู้ความสามารถทำได้ ทุกเนื้อหาคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นความรู้ทางด้านพีชคณิต เรขาคณิต การวัดและการประมาณ การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ซึ่งการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถนำเนื้อหาคณิตศาสตร์มาบูรณาการกันได้

เคนเนดี และ ทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 194 - 198) กล่าวว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม ได้แก่ รูปภาพ ภาพประกอบ สัญลักษณ์ และมโนคติ กับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา กล่าวว่า เหตุผลที่สนับสนุนการเชื่อมโยงวิชาหนึ่งกับวิชาอื่น ๆ ในการสอน เช่น การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์และภาษาไทย การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศิลปะ ฯลฯ ก็คือ สิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันไม่ได้จำกัดว่าจะเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาใดวิชาหนึ่ง โดยเฉพาะตัวอย่าง เช่น การเกิดอุทกภัย ซึ่งเป็นเหตุการณ์เดียว แต่ก่อให้เกิดผลกระทบหลายอย่าง เช่น บ้านเรือนเสียหาย ธุรกิจหยุดชะงัก โรงเรียนและสถานที่ทำงานต่าง ๆ ต้องหยุดทำงาน ก่อให้เกิดความเดือดร้อนหลายประการ ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เหล่านี้ เราจำเป็นต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลาย ๆ วิชา มาร่วมกันแก้ปัญหาสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง (NCTM, 1989 : Online)

การจัดการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยง ระหว่างความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่าง ๆ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ไม่จำเป็นว่าความคิดรวบยอดจะต้องแยกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่น ๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาคณิตศาสตร์ หรือสังคมศึกษา การสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลาย ๆ สาขาวิชาเข้าด้วยกัน มีประโยชน์หลายอย่าง ที่สำคัญที่สุด คือ ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) ระหว่างสิ่งที่เรียนรู้เข้ากับชีวิตจริงได้ ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจว่า สิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์ หรือพร้อมที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

อรจิริย์ ณ ตะกั่วทุ่ง (2546 : 41 - 47) เรียกกระบวนการที่สมองทำการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เรียนมาก่อนเข้ากับสิ่งใหม่ว่า การถ่ายโอน (transfer) กระบวนการนี้ขึ้นอยู่กับปัจจัย 2 ประการ ประการแรก คือ ผลการเรียนรู้ที่ผ่านมามีต่อการเรียนรู้ใหม่ ประการที่สอง คือ ประโยชน์ของสิ่งที่เรียนรู้ใหม่ เมื่อเราสืบสารสนเทศเข้าไปไว้ระบบในความจำสมองจะทำการค้นหาสิ่งที่เรียนรู้อยู่ก่อนในความจำระยะยาวเฉพาะสิ่งที่เชื่อมโยงได้กับสารสนเทศใหม่ เมื่อเกิดการเชื่อมโยงการเรียนรู้ใหม่ก็จะประสบความสำเร็จ จึงเรียกสิ่งที่เกิดขึ้นนี้ว่า การถ่ายโอนทางบวก (Positive transfer) แต่ถ้าเมื่อใดก็ตามความรู้เก่ารบกวนความรู้ใหม่ก็จะเกิดการถ่ายโอนทางลบ (Negative transfer) เช่น คนที่เคยขับรถเกียร์อัตโนมัติมาก่อน แล้วฝึกหัดขับเกียร์ธรรมดา ทักษะการขับรถเกียร์อัตโนมัติจะเป็นอุปสรรคต่อการฝึกขับเกียร์ธรรมดา เพราะทักษะแตกต่างกัน

ถ้าครูสอนเนื้อหาใหม่ โดยที่นักเรียนไม่มีความรู้หรือประสบการณ์เดิมมาก่อนจะเป็นอย่างไร เราถือว่าสมองจำทำหน้าที่ค้นหาสิ่งเชื่อมโยง เราทุกคนคงเคยมีประสบการณ์นั่งฟังคนอื่น

พูดคุยกันโดยที่เราไม่รู้เรื่องเลยแม้แต่น้อย เราขอมารู้สึกสับสนกระวนกระวายใจตลอดเวลาที่พยายามเชื่อมโยงสิ่งที่ได้ยิน สำหรับนักเรียนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นทุกวันได้ทุกวัน ครูต้องไม่บันทึกเอาเองว่านักเรียนทุกคนพร้อมที่จะเรียนสิ่งใหม่ ๆ ครูต้องเริ่มสอนจากสิ่งที่นักเรียนรู้และเข้าใจมาก่อนแล้ว ถ้านักเรียนไม่มีความรู้เดิมมาก่อน ครูก็ต้องให้ความรู้พื้นฐานก่อนทุกครั้ง จอห์น บูรเนอร์ (John Bruer. 1993) ย้ำความสำคัญของความรู้เดิมว่า “ครูที่ดีจะต้องใส่ใจตลอดเวลาเกี่ยวกับเชื่อมโยงความรู้เดิม โดยสมองจะทำหน้าที่เชื่อมโยง” ฟรีย์และแอนดาร์ (Pyle and Andre. 1986) พบว่า “นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีหรือไม่ขึ้นอยู่กับว่านักเรียนมีความรู้มากเพียงใดและวิธีการเรียนการสอนช่วยนักเรียนมากเพียงใด” ถ้าครูใช้ความรู้เดิมช่วยขยายความรู้ใหม่ ก็จะช่วยทำให้นักเรียนเกิดการถ่ายโยงในความจำระยะยาวได้ เมื่อนักเรียนรู้และจดจำความรู้ใหม่ได้ดี ดังนั้นก่อนครูสอนเนื้อหาใหม่ครูต้องแน่ใจว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่จำเป็นอยู่แล้ว (อรจรรย์ ฌ ตะกั่วทุ่ง. 2546 : 41 - 47)

อัมพร ม้าคนอง (2546 : 101) กล่าวว่า ในบรรดาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งห้าของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ อันได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยง การสื่อสาร และการคิดริเริ่มสร้างสรรค์นั้น การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จะเป็นสิ่งที่ทำได้ยากเมื่อเปรียบเทียบกับทักษะอื่น ๆ อย่างไรก็ตาม การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ ทำให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่น่าสนใจ ไม่ใช่เป็นเพียงวิชาที่เรียนทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์เฉพาะในห้องเรียนอีกต่อไป ด้วยเหตุผลดังกล่าวทักษะการเชื่อมโยงจึงถูกเน้นมากในการเรียนการสอนปัจจุบัน แต่สิ่งที่ดูเหมือนจะเป็นปัญหาในทางปฏิบัติ คือ แนวทางหรือวิธีการในการพัฒนานี้ในห้องเรียน ยังไม่ชัดเจนเท่าที่ควร

จากแนวคิดของนักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงมีความสำคัญต่อการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจะต้องเลือกปัญหาที่จะทำให้นักเรียนสามารถฝึกทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้พัฒนาความคิดเพื่อให้เกิดความคิดใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ครูผู้สอนจะต้องคอยให้กำลังใจแก่นักเรียนและสนับสนุนความเข้าใจในแนวคิดใหม่ ๆ และอาจจะเชื่อมโยงไปยังวิชาอื่น ๆ เช่น ศิลปะ วิทยาศาสตร์ หรือเชื่อมโยงกับการดำเนินชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ต่อไป

### 3.3 องค์ประกอบของทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยง ที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้จัดทำและพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานและการวัดผล ชื่อว่า The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ.1989 (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 17) โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ และเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีความสามารถดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ตลอดจนแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เดิม เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยการพิจารณาพฤติกรรมต่าง ๆ ได้
4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว และสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ได้

มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนในช่วงชั้นที่ 2 (ป.4 – ป.6) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 25) กล่าวไว้ดังนี้

1. สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นได้
2. สามารถนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนไปประยุกต์ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในชีวิตจริงได้

อัมพร มีาคนอง (2546 : 101) กล่าวว่า องค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมา กับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มี 3 ประการ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาอื่น ๆ

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้ให้กับผู้เรียน ได้พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ครูอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ

เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้ เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ ครูกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็น การนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะ กระบวนการ การเชื่อมโยงความรู้นี้ ครูผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษา ค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้นแล้วนำเสนอต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและ หาข้อสรุปร่วมกัน ซึ่งผู้วิจัยได้สรุปองค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็น 3 ประการดังนี้

1. สามารถเชื่อมโยงการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น
3. สามารถนำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนไปประยุกต์ใช้

#### 3.4 กระบวนการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

พร้อมพรรณ อุคมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2546 : 26 - 27) กล่าวว่า ทักษะกระบวนการ ด้านการเชื่อมโยง เป็นคุณลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งของคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้คณิตศาสตร์ ไม่ถูกมองว่าเป็นอะไรที่ลึกลับซับซ้อน ห่างไกลจากการดำเนินชีวิตและยังส่งเสริมให้คณิตศาสตร์ เป็นศาสตร์ที่ท้าทาย น่าเรียนรู้ การเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์เป็นไปได้หลายแบบ ได้แก่

1. การเชื่อมโยงกันในตัวของคณิตศาสตร์เอง
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความต่อเนื่องกันเป็นลำดับขั้น การเรียนรู้เรื่องใด เรื่องหนึ่งมีเรื่องที่ต้องเรียนรู้มาก่อน เช่น การเรียนรู้เรื่องการคูณต้องเรียนรู้เรื่องการบวกมาก่อน ดังนั้นการเชื่อมโยงความรู้เดิมจึงมีความสำคัญจำเป็น กอปรกับแนวคิดในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ด้วยการสร้างความรู้ จำเป็นต้องอาศัยประสบการณ์เดิมมาเชื่อมโยงเพื่อสร้างความรู้ใหม่ นอกจากนี้สาระการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามหลักสูตรก็ไม่ได้เป็นอิสระจากกัน การเรียนรู้เรื่องต่าง ๆ จะสัมพันธ์เชื่อมโยงสนับสนุนและส่งเสริมซึ่งกันและกัน เช่น การเรียนรู้เรขาคณิต ต้องใช้ความรู้ เรื่องจำนวนและการวัด ดังตัวอย่างการเรียนรู้ เรื่องวงกลม ต้องมีการวัดความยาวของรัศมี ความยาว รอบรูป วงกลม กำหนดหาพื้นที่ เป็นต้น เช่นเดียวกันกับการเรียนรู้เกี่ยวกับการดำเนินการ เช่น การคูณ เมื่อแสดงด้วยรูปโดยใช้จุดต้องมีการวางจุดให้มีลักษณะเรียงกันเหมือนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพื่อช่วยให้มองเห็นกลุ่มของสิ่งของที่เท่า ๆ กัน ได้ชัดเจน เป็นต้น การเรียนรู้การดำเนินการ ที่กลับกัน เช่น การบวกกับการลบ การคูณกับการหาร ล้วนแสดงให้เห็นการเชื่อมโยงทั้งสิ้น



ดังได้เคยกล่าวแล้วว่าปัญหาทฤษฎีจิตศาสตร์ ลักษณะหนึ่งคือปัญหาที่เกี่ยวกับการดำเนินชีวิต เป็นการแสดงให้เห็นความเชื่อมโยงของทฤษฎีจิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ครูควรตั้งปัญหาหรือให้นักเรียนตั้งปัญหาจากสถานการณ์จริงหรือเชื่อมโยงกับชีวิตจริง เช่น การดำเนินการสหกรณ์ ในโรงเรียนควรได้มีการเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ได้หลายแง่มุมไม่เพียงแต่ทฤษฎีจิตศาสตร์เท่านั้น อาจเชื่อมโยงศาสตร์ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เช่น การออกแบบตกแต่งร้านให้ดึงดูดความสนใจจัดวางสิ่งของให้สวยงามเป็นระเบียบ มีการจัดทำบัญชีรับจ่าย มีการรวบรวมข้อมูลรายการสินค้าที่นักเรียนชอบ มีการพิจารณาคัดสินใจเลือกชนิดของสิ่งของที่นำมาขาย ถ้าเป็นอาหารมีการพิจารณาคัดสินใจว่าอาหารชนิดใดควรขายไม่ควรขายเพราะเหตุใด ซึ่งควรพิจารณาด้านโภชนาการด้วย เป็นต้น เหล่านี้ต้องใช้ความรู้ต่างศาสตร์ได้แก่ ศิลปะ ทฤษฎีจิตศาสตร์ สุขศึกษา สังคมศึกษา เป็นต้น ทฤษฎีจิตศาสตร์เชื่อมโยงกับวิทยาศาสตร์ได้ดีเป็นพิเศษ เนื่องจากศาสตร์ทั้งสองมีความใกล้ชิดกันมาก ทักษะทางวิทยาศาสตร์และทักษะทางทฤษฎีจิตศาสตร์บางตัวเป็นทักษะเดียวกัน เช่น การสังเกต การจำแนก การลงความเห็นจากข้อมูล นอกจากนี้ทักษะในการคิดคำนวณยังเป็นทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ประการหนึ่งด้วย

การจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้เกิดการเชื่อมโยงอาจเกิดได้จากการเตรียมวางแผนไว้ก่อนหรืออาจเกิดขึ้นโดยอัตโนมัติเมื่อครูกำลังสอนเรื่องใดเรื่องหนึ่งอยู่ หากมีประเด็นที่สามารถเชื่อมโยงได้ครูควรเชื่อมโยงทันที

### 3.5 การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงทางทฤษฎีจิตศาสตร์

การพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงให้มีประสิทธิภาพนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวผู้เรียน เข้าใจระบบพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของเด็ก เพื่อนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของเด็ก การจัดกิจกรรมต่าง ๆ จึงจะได้ผล ซึ่งมีแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) ทฤษฎีของเพียเจต์ (ทิสนา แคมมณี และคณะ. 2544 : 13 - 14) กล่าวว่า พัฒนาการ เป็นผลที่เนื่องมาจากกระบวนการเปลี่ยนแปลงไปสู่วุฒิภาวะอันเนื่องมาจากความเจริญทางด้านร่างกายและการเปลี่ยนแปลงที่ได้รับจากประสบการณ์ เด็กแต่ละคนมีอัตราความเจริญงอกงามแตกต่างกัน พัฒนาการการเรียนรู้ก็แตกต่างกัน เมื่อกล่าวถึงพัฒนาการสิ่งที่จะต้องคำนึงถึงก็คือ ความพร้อม (Readiness) ซึ่งสำคัญต่อการเรียนรู้ พัฒนาการที่สำคัญ คือ พัฒนาการทางสติปัญญา อารมณ์ สังคม และร่างกาย พัฒนาการทางสติปัญญาของคนมีลักษณะเดียวกันในช่วงอายุเท่ากัน และแตกต่างกันในช่วงอายุต่างกัน พัฒนาการทางสติปัญญาเป็นผลจากการปะทะสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อม โดยบุคคลพยายามปรับตัวให้อยู่ในสภาวะสมดุลด้วยการใช้กระบวนการ ดูซึมและ

กระบวนการปรับให้เหมาะจนทำให้เกิดการเรียนรู้ เริ่มจากการสัมผัสต่อมาเกิดความคิดทาง  
รูปธรรมและพัฒนาเรื่อย ๆ จนถึงนามธรรมซึ่งเป็นการพัฒนาอย่างต่อเนื่องตามลำดับขั้น

การเกิดพัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจต์ เป็นผลจากการปะทะสัมพันธ์  
ระหว่างบุคคลกับสิ่งแวดล้อม บุคคลพยายามปรับตัวโดยใช้กระบวนการ 2 อย่าง คือ กระบวนการ  
ดูดซึม (Assimilation) และกระบวนการปรับให้เหมาะ (Accommodation)

กระบวนการดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการที่เกิดจากผู้เรียนพบหรือปฏิสัมพันธ์  
กับสิ่งแวดล้อมแล้วรับหรือดูดซึมภาพและเหตุการณ์ต่าง ๆ เข้าไว้ในความคิดของตน

กระบวนการปรับให้เหมาะ (Accommodation) เป็นกระบวนการปรับความรู้เดิมเข้ากับ  
สิ่งแวดล้อมใหม่หรือสามารถปรับความคิดเดิมให้สอดคล้องกับสิ่งใหม่ ซึ่งขณะนี้ผู้เรียนอยู่ใน  
สภาวะสมดุล (Equilibrium) ซึ่งทำให้คนสามารถปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมได้ (Adaptation) ซึ่งเป็น  
การสร้างรูปแบบ (Schema) เป็นรูปแบบที่ได้จากการจัดให้เป็นระบบ ซึ่งบุคคลใช้ตีความหมายสิ่งที่  
รับรู้ต่าง ๆ

พัฒนาการทางสติปัญญา เพียเจต์ ได้แบ่งกระบวนการทางสติปัญญา (Cognitive process)  
ออกเป็น 4 ขั้น ถึงแม้ว่าแต่ละขั้นจะกำหนดอายุไว้เป็นช่วงอายุเท่า ๆ กัน แต่ละช่วงเหล่านี้ก็ถือว่าเป็น  
การกำหนดโดยประมาณเท่า ๆ กัน

1. ระยะใช้ประสาทสัมผัส (Sensory - motor stage) เป็นการพัฒนาของเด็กตั้งแต่แรก  
เกิดจนถึงอายุ 2 ปี ในวัยเด็กนี้จะเริ่มพัฒนาการรับรู้โดยใช้ประสาทสัมผัสต่าง ๆ ได้ เช่น ตา หู  
มือ และเท้า ตลอดจนเริ่มมีการพัฒนาใช้อวัยวะต่าง ๆ ได้ เช่น การฝึกหยิบจับสิ่งของต่าง ๆ  
ฝึกการไต่ขึ้นและการมอง

2. ระยะควบคุมอวัยวะต่าง ๆ (Preoperational stage) ตั้งแต่อายุ 2 ปี จนถึง 7 ปี เด็กวัย  
นี้จะเริ่มพัฒนาอย่างเป็นระบบมากขึ้น มีการพัฒนาของสมองที่ควบคุมการพัฒนาลักษณะนิสัยและ  
การทำงานของอวัยวะต่าง ๆ เช่น นิสัยการขับถ่าย นอกจากนี้ยังมีการฝึกใช้อวัยวะต่าง ๆ ให้มี  
ความสัมพันธ์กันภายใต้การควบคุมของสมอง เช่น การเล่นกีฬา

3. ระยะที่คิดอย่างเป็นรูปธรรม (Concrete - operational stage) ตั้งแต่ช่วงอายุ 7 ปี  
ถึง 11 ปี เด็กวัยนี้จะมีการพัฒนาสมองมากขึ้น สามารถเรียนรู้และจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรม  
ได้ แต่จะยังไม่สามารถจินตนาการเกี่ยวกับเรื่องราวที่เป็นนามธรรมได้

4. ระยะที่คิดอย่างเป็นนามธรรม (Formal - operational stage) จะเป็นการพัฒนาช่วง  
สุดท้ายของเด็กที่มีอายุในช่วง 12 - 15 ปี เด็กในช่วงนี้สามารถคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและคิดในสิ่ง  
ที่ซับซ้อนอย่างเป็นนามธรรมได้มากขึ้น เมื่อเด็กพัฒนาได้อย่างเต็มที่แล้วจะสามารถคิดอย่างเป็น  
เหตุเป็นผลและแก้ปัญหาได้อย่างฉับพลันพร้อมที่จะเป็นผู้ใหญ่ที่มีวุฒิภาวะได้

การพัฒนาของเด็กในแต่ละระยะจะเกิดอย่างต่อเนื่องจากระดับต่ำกว่าไปสู่ระดับที่สูงกว่า โดยไม่มีการกระโดดข้ามขั้น แต่บางช่วงของการพัฒนาอาจเกิดขึ้นเร็วหรือช้าได้ การพัฒนาเหล่านี้ จะเกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ แต่สิ่งแวดล้อม วัฒนธรรมและประเพณีต่าง ๆ รวมทั้งวิธีการดำรงชีวิต อาจมีส่วนช่วยให้เด็กพัฒนาได้แตกต่างกัน

การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยง ตามแนวคิดและทฤษฎีของ เพียเจต์ (ประสิทธิ์ พลศรีพิมพ์. 2542 : 133) ควรเป็นไปในลักษณะต่อไปนี้

1. การเรียนรู้กฎเกณฑ์ สูตร ความคิดรวบยอด ควรกระทำในลักษณะรูปธรรม ให้เด็ก ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง แล้วจึงเปลี่ยนเป็นคำพูดอธิบาย
2. ให้เด็กทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม
3. จัดการเรียนรู้ให้เป็นไปตามสติปัญญาและความสามารถที่เหมาะสมตามวัยของเด็ก
4. ให้เด็กได้มีโอกาสฝึกฝนบ่อย ๆ เพื่อให้ความรู้เก่ากับความรู้ใหม่เกิดความสมดุลและ ต่อเนื่องเชื่อมโยงกันได้

5. ควรจัดการเรียนรู้ตามลักษณะบันไดเวียน คือ สอนบททวนเรื่องเดิมแล้วค่อย ๆ ขยายออกไปสู่ความรู้ใหม่

6. การจัดการเรียนรู้จะประสบผลดีที่สุด เมื่อครูและนักเรียนมีความสัมพันธ์ ด้านการเรียนการสอนอย่างใกล้ชิด

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ ทักษะ/ กระบวนการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 200 - 205) มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยง ระหว่างความรู้และทักษะ/ กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างความสัมพันธ์และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์ ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ. 2544ก : 195 - 196) ได้ เสนอแนวทางการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงไว้ดังนี้

ในการเรียนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ มีพื้นฐานในการที่ จะนำไปศึกษาต่อ นั้น จำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน

เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้เรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทาง และเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

ในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหา ในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเป็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

### 3.6 การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การประเมินทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ด้วยการประเมินตามสภาพจริง กระทรวงศึกษาศึกษาธิการ กล่าวถึง การประเมินผลตามสภาพจริงของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นการประเมินผลที่ได้จากการเรียนรู้ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การสังเกต การบันทึก การทดลอง และการรวบรวมข้อมูลจากผลงานที่นักเรียนลงมือปฏิบัติจริง เพื่อให้ได้ข้อมูลที่แสดงถึงสมรรถภาพของนักเรียนอย่างเพียงพอและตรงตามความเป็นจริง การประเมินตามสภาพจริงควรให้ความสำคัญกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนที่สอดคล้องกับคุณภาพของนักเรียนแต่ละคน ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลที่สอดคล้องกับวิธีการประเมินผล (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 17 - 23) จำแนกได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบประเภทเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือก
2. ภาระงานที่ได้รับมอบหมาย เป็นเครื่องมือวัดผลที่ผู้วิจัยและนักเรียนอาจมีส่วนร่วมกันกำหนดขอบเขตและเกณฑ์ต่าง ๆ ในการทำงาน ซึ่งประกอบด้วย แบบฝึกเสริมทักษะและ

การร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้สอนนักเรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ อาจร่วมกันประเมินผลนักเรียนตามความเหมาะสม

นอกจากนี้กระทรวงศึกษาธิการยังได้นำเสนอวิธีการประเมินตามสภาพจริงที่ผู้สอนนักเรียน และผู้ที่เกี่ยวข้องร่วมกันประเมิน หรือนักเรียนประเมินตนเอง จากผลงานในรูปของภาระงานที่ได้รับมอบหมาย ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนมีโอกาสใช้ความรู้ ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการแสดงออกด้านต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย มีการใช้เหตุผล การสื่อสาร การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์ รวมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้ตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนฝึกให้ทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง (กระทรวงศึกษาธิการ. 2544 : 75 - 125) ภาระงานที่ได้รับมอบหมายควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. เป็นกิจกรรมที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ตามมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นหรือสอดคล้องกับสาระเพิ่มเติม โดยบูรณาการกับสถานการณ์จริง หรือกับศาสตร์อื่น ๆ
2. ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงออกและประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอด รวมทั้งใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อการสร้างสรรค์งาน
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการค้นพบด้วยตนเองที่ทำให้เกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย
4. แสดงถึงความรู้ความสามารถด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมทั้งความสามารถด้านการจัดการและการลงมือปฏิบัติจริง
5. ปลุกฝังนักเรียนให้มีความสนใจในการทำงานที่ดี มีความมุ่งมั่น พากเพียร พยายาม มีเหตุผล มีการวางแผนการทำงานอย่างเป็นระบบและมีความรับผิดชอบ

รูปแบบของภาระงานที่ได้รับมอบหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบฝึกเสริมทักษะ ซึ่งเป็นภาระงานที่ช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสทบทวนผลการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว การทำแบบฝึกเสริมทักษะมีจุดมุ่งหมายเพื่อ

1. ฝึกการใช้กฎ หลักการ ทฤษฎี หรือข้อตกลงต่าง ๆ
2. เพิ่มพูนความรู้ ความเข้าใจ ในเนื้อหาสาระการเรียนรู้และมโนทัศน์ต่าง ๆ
3. ตรวจสอบความรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามสาระการเรียนรู้ที่กำหนด

4. พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ รวมทั้งส่งเสริมให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

5. ฝึกฝนให้เกิดความแม่นยำในการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบการคิดและการแก้ปัญหา

6. ฝึกการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

7. ประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน จากผลการทำแบบฝึกทักษะของนักเรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ต่อไป

แบบฝึกเสริมทักษะที่มอบหมายให้นักเรียนได้ฝึกฝน อาจจำแนกได้ 3 ประเภท คือ

1. แบบฝึกเสริมทักษะระหว่างเรียน ที่ผู้สอนกำหนดให้ใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธี เพื่อวัดผลการแก้ปัญหา เช่น ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน ให้อธิบายหรือแสดงวิธีทำบนกระดานเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหากฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองโดยการแนะนำของผู้สอน

2. แบบฝึกเสริมทักษะท้ายเรื่อง มีลักษณะเป็นการสรุปผลการเรียนรู้ ที่ผู้สอนกำหนดให้นักเรียนทำในลักษณะของการบ้านก็ได้ โดยผู้สอนกำหนดตามความสามารถของนักเรียน เพื่อเป็นการฝึกทักษะให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็ว

3. แบบฝึกเสริมทักษะท้ายบทเรียน เป็นแบบฝึกทักษะที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการที่หลากหลายผสมกัน เพื่อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ด้านต่าง ๆ หรือเพื่อเป็นการทบทวนความรู้และฝึกทักษะเพิ่มเติม

การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเป็นการวัดความสามารถการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ตามสภาพจริงเพื่อตรวจสอบ ดังนี้

1. สามารถเชื่อมโยงการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยมองปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในภาพรวมก่อนแล้วจึงวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดให้ว่าตรงกับสาระเนื้อหาหรือสาระคณิตศาสตร์ในเรื่องใด มีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกันในเรื่องใดและสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้ได้

2. สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น โดยสำรวจปัญหาและอธิบายผลที่ได้จากการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การให้เหตุผลและสร้างแนวคิดใหม่หรือแนวทางการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ จากการเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ ได้

3. นำความรู้และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน

การวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยวัดก่อน/หลัง ทำการทดลองเพื่อวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. โดยใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

#### 4. การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

##### 4.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ดังนี้

เลสเตอร์ แมสซิงกิล่า มัว แลมดิน ดอสแซนต์ล และเรย์มอน (Lester, Masingila, Mau, Lambdin, Dossanton and Raymond, 1994) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามุ่งเน้นการสอนที่สำคัญ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องสืบเสาะหาความรู้ ซึ่งครูผู้สอนจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจในกระบวนการ โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสร้างสรรค์ การคาดการณ์ การสำรวจ ค้นหา การทดสอบ และการพิสูจน์

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545 : 57) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามุ่งเน้น กระบวนการที่ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ มีขั้นตอน มีเหตุผลด้วยตนเอง โดยเริ่มตั้งแต่มีการกำหนดปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ตั้งสมมติฐาน เก็บรวบรวมข้อมูล พิสูจน์ ข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2544 : 114) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามุ่งเน้นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียน ได้คิดแก้ปัญหาอย่างเป็นกระบวนการโดยอาศัยแนวคิดแก้ปัญหาด้วยการนำเอาวิธีการสอนแบบนิรนัย (Deductive) ซึ่งเป็นการสอนจากกฎเกณฑ์ไปหาความจริงย่อยมาผสมผสานกับวิธีการสอนแบบอุปนัย (Inductive) ซึ่งเป็นการสอนจากตัวอย่าง ส่วนย่อยมาหากฎเกณฑ์ การรวมกระบวนการคิดทั้ง 2 แบบ เข้าด้วยกัน ทำให้เกิดรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

เสริมศรี ลักษณะศิริ (2540 : 236 - 237) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามุ่งเน้นการฝึกนิสัยในการแก้ปัญหานั้น ๆ ด้วยตนเอง คือ นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ในการแก้ปัญหานี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ความสามารถทางสมองของผู้เรียนเป็นสำคัญการสอนแบบนี้เกิดขึ้นจากความคิดที่ว่า การเรียนรู้ในเรื่องต่าง ๆ เกิดจากสภาพการณ์ที่เป็นปัญหา

#### 4.2 กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

นักการศึกษาได้ให้แนวคิดของกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ไว้ดังนี้  
 สุวิทย์ มูลคำ และ อรรถชัย มูลคำ (2545 : 58 - 60) ได้ให้แนวคิดของกระบวนการจัดการเรียนรู้ แบบแก้ปัญหา ไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดปัญหา ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมองเห็นและเข้าใจปัญหา รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งผู้สอนอาจใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ เช่น การเล่าเรื่อง การสร้างสถานการณ์จำลอง เป็นต้น อนึ่งการทำความเข้าใจปัญหานั้น ผู้เรียนซึ่งจะเป็นผู้แก้ปัญหาจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่พบให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ คือ ปัญหาถามว่าอย่างไร มีข้อมูลใดแล้วบ้าง และมีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติมหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาอย่างนี้จะช่วยให้ขั้นตอนต่อไปดำเนินไปอย่างราบรื่น การจะประเมินว่าผู้เรียนเข้าใจปัญหามากน้อยเพียงใด อาจทำได้โดยการกำหนดให้นักเรียนเขียนแสดงถึงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดหาวิธีวางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นที่ 1 ประกอบด้วยข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นและนำมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหาในกรณีที่ปัญหาต้องตรวจสอบโดยการทดลอง ขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วย การตั้งสมมติฐาน กำหนดวิธีทดลองหรือตรวจสอบและอาจรวมทั้งแนวทางในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเน ปัญหานั้นน่าจะมีสาเหตุมาจากอะไร หรือวิธีการแก้ปัญหานั้นน่าจะแก้ไขได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะต้องตั้งสมมติฐานไว้หลาย ๆ อย่าง

4. ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นขั้นที่ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ เช่น ค้นคว้าจากตำรา เอกสารต่าง ๆ สัมภาษณ์ผู้รู้หรือผู้เชี่ยวชาญ หรือทำการทดลอง แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้ โดยอาจใช้วิธีการจดบันทึกข้อมูลหรือวิธีอื่น ๆ ตามความเหมาะสมเพื่อนำข้อมูลมาทดสอบสมมติฐานในขั้นต่อไป

5. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้นั้นมาวิเคราะห์และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่าเป็นไปตามที่กำหนดไว้หรือไม่

6. ขั้นสรุปผล ผู้เรียนประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจเลือกวิธีการที่ได้ผลดีที่สุดในการแก้ปัญหา หรือเป็นลักษณะการสรุปลงไปว่าเชื่อสมมติฐานใดนั่นเอง โดยอาจสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบหรือเป็นวิธีแก้ของปัญหาที่กำหนดไว้ ตลอดจนการนำความรู้ไปใช้



วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2544 : 114) ได้ให้แนวคิดของกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ไว้ 8 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่ปัญหา เป็นการศึกษาถึงสภาพของปัญหาว่าเป็นอย่างไร ปัญหาเกิดจากอะไรบ้าง ซึ่งเป็นการค้นพบปัญหาที่อาจจะเป็นไปได้ให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นการศึกษา วิเคราะห์ วิพากษ์ วิจัย เพื่อให้รู้ว่าปัญหาที่แท้จริงคืออะไรแน่ และอะไรบ้างที่ไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริง
3. ขั้นระบุปัญหา เป็นการนำเอาปัญหาที่เป็นสาเหตุที่แท้จริงมาเป็นประเด็นสำคัญในการศึกษารวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง
4. ขั้นกำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดเป้าหมายเพื่อการแก้ปัญหานั้น ๆ ว่าจะให้ผลสัมฤทธิ์ทางด้านใด เป็นปริมาณมากน้อยเพียงใดมีคุณค่าสูงต่ำเพียงใด
5. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นการเสนอแนวทางและวิธีการในการแก้ปัญหาให้ตรงกับสาเหตุของปัญหาที่อาจจะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ
6. ขั้นทดลองหรือทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำวิธีแก้ปัญหานั้นไปใช้
7. ขั้นสรุปผล เป็นการสรุปผลเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องและรวดเร็ว
8. ขั้นนำไปใช้ เป็นการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และเชื่อมโยงในการแก้ปัญหาได้

เสริมศรี ลักขณศิริ (2540 : 237 - 238) ได้ให้แนวคิดของกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นรวบรวมปัญหา (Setting problem) ครูและนักเรียนช่วยกันรวบรวมปัญหาที่จะเรียนโดยคำนึงถึงความสนใจความต้องการและปัญหาที่เกิดจากตัวนักเรียนจริง ๆ ซึ่งปัญหานั้นอาจมาจากกิจกรรม เหตุการณ์ต่าง ๆ ที่สร้างขึ้นจากตัวเลขและนักเรียน ครูต้องนำนักเรียนให้รวบรวมปัญหาเหล่านั้นเป็นหมวดหมู่ เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้แบ่งกันไปค้นคว้าหาวิธีแก้ไขปัญหาและดำเนินกิจกรรม
2. ขั้นที่รวบรวมข้อมูล เพื่อหาความกระจ่างในปัญหา (Clarifying problem) ขั้นนี้เป็นขั้นที่ผู้เรียนค้นหาคำความจริงต่าง ๆ ด้วยการค้นคว้าด้วยตนเองเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่จะเป็นแนวทางไปสู่การแก้ปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจได้จากห้องสมุดการสัมภาษณ์วิทยากรและจากการทดลอง
3. ขั้นตั้งสมมติฐาน (Starting hypothesis) เมื่อได้ข้อมูลต่าง ๆ แล้วยังตั้งสมมติฐานเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนตีความจากข้อมูลที่ได้รวบรวมไว้และส่งเสริมความคิดริเริ่มและการคิดสร้างสรรค์ ในขั้นนี้อาจทำโดยให้แต่ละกลุ่มเสนอในที่ประชุมเพื่อให้ทุกคนได้รับทราบ ซึ่งอาจทำโดยการรายงาน การอภิปรายร่วมกันในกลุ่มของคน การแสดงสาธิตให้ดู เป็นต้น

4. ขั้นวางแผนงานในการแก้ปัญหา (Planning to put hypothesis in its action) ให้นักเรียนร่วมมือกันรับงานไปทำตามสมมติฐาน โดยการวางโครงการวางแผนงานที่จะแก้ปัญหามาให้เรียบร้อย

5. ขั้นลงมือกระทำ การทดสอบข้อเสนอแนะสมมติฐาน (Testing hypothesis and evaluation results) นักเรียนได้ลงมือทำจริง ๆ ด้วยตนเอง โดยการกระทำที่สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ระหว่างที่กระตุ้นทุกขั้นตอนควรมีการทดสอบและวัดผลอยู่ตลอดเวลา

จากกระบวนการจัดการการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ที่นักการศึกษาได้ให้แนวคิดขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ไว้นั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา เป็นการเน้นให้ผู้เรียนมองเห็นสภาพของปัญหารวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งผู้สอนอาจใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ เช่น การเล่าเรื่อง การสร้างสถานการณ์จำลอง เป็นต้น

ขั้นที่ 2 วิเคราะห์ปัญหา เป็นการพิจารณาแยกแยะและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาต้องพิจารณาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลอะไรที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

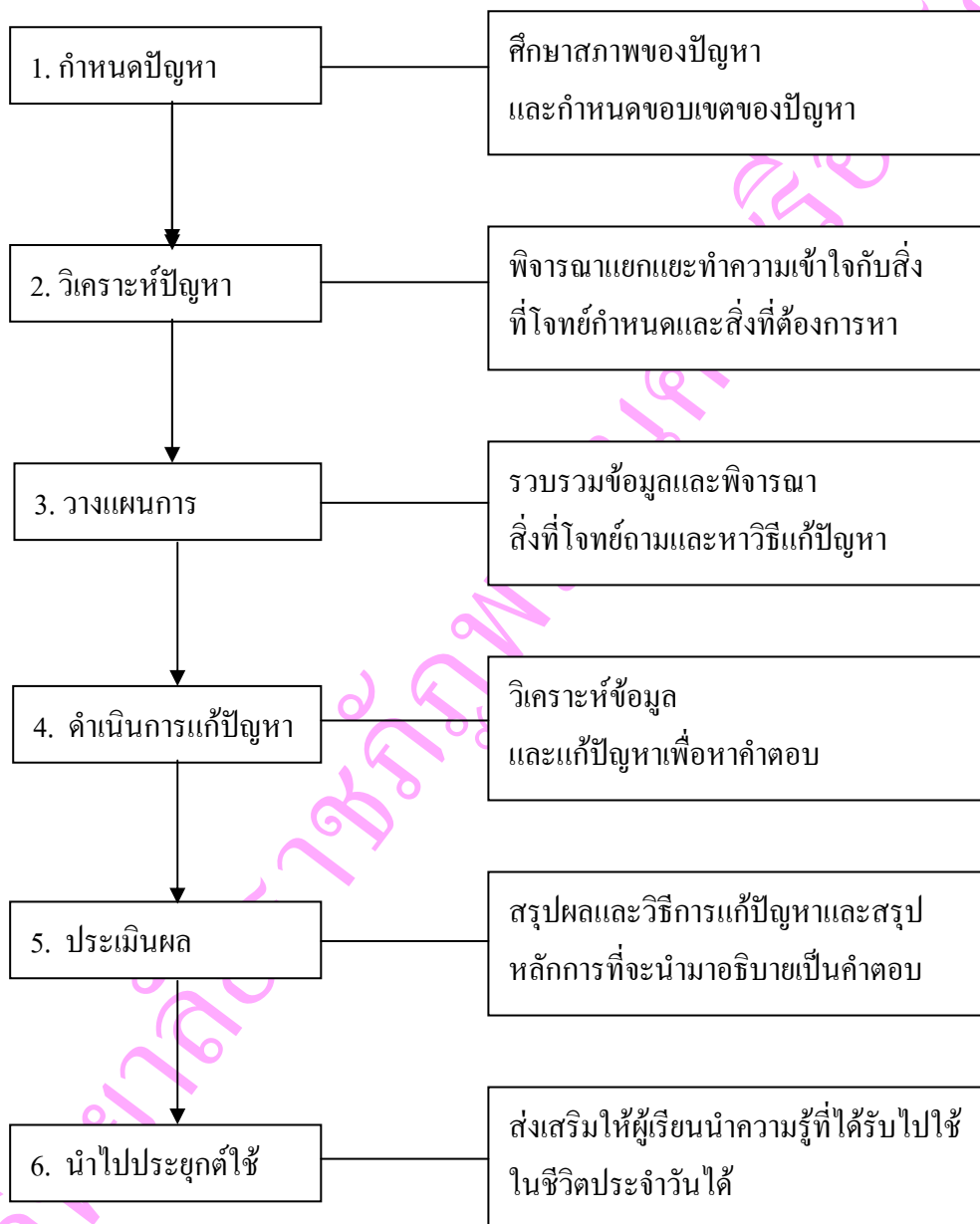
ขั้นที่ 3 วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการรวบรวมข้อมูลและพิจารณาสิ่งที่โจทย์ถามหรือตัวไม่ทราบค่า เปรียบเทียบกับปัญหาที่คุ้นเคยที่มีตัวไม่ทราบค่าที่เหมือน ๆ กันหรือคล้ายคลึงกันพิจารณาว่าจะนำปัญหาที่คุ้นเคยนั้นมาช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ได้หรือไม่ หรือจะนำผลที่ได้จากปัญหาก่อน ๆ มาแก้ปัญหานี้ได้หรือไม่ ผู้แก้ปัญหาคงจะใช้วิธีอะไร แจกแจงสิ่งที่จะสามารถนำมาช่วยแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มตรวจสอบแต่ละขั้นของแผนการแก้ปัญหาปรับปรุงแผนการแก้ปัญหาแล้วลงมือปฏิบัติจนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 5 ประเมินผล เป็นการสรุปผลที่ผู้เรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจเลือกวิธีการที่ได้ผลดีที่สุดในการแก้ปัญหา หรือเป็นลักษณะการสรุปลงไปว่าเชื่อสมมติฐานใดนั่นเอง โดยอาจสรุปในรูปหลักการที่จะนำมาอธิบายเป็นคำตอบ หรือเป็นวิธีแก้ของปัญหาที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 6 นำไปประยุกต์ใช้ เป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนนำความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับไปใช้ในชีวิตประจำวัน ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้นรวมทั้งเป็นการทดสอบความเข้าใจของผู้เรียนว่าหลักการที่ได้รับนั้น สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้หรือไม่ หรือประเมินว่าผู้เรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้นั้นเอง

กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาทั้ง 6 ขั้นตอนนี้ สรุปเป็นแผนภูมิได้  
ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน

### 4.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนแน่นอนตายตัว การฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน จึงมีความจำเป็นต่อการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเผชิญกับการแก้ปัญหา ครูจึงเป็นบุคคลสำคัญผู้หนึ่งที่จะถ่ายทอดความรู้ในเรื่องวิธีการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้เตรียมตัวเผชิญกับปัญหา และทราบขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

โชลเฟล (Schoenfele. 1989 : 83 -103) ได้สรุป บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา ดังนี้

1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายที่ว่า “ปัญหาจะไม่ใช่ว่าปัญหานั้นกว่าเขาต้องการจะแก้มัน”
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหา กล่าวคือ บรรยากาศไม่ใช่ปัญหาที่เด็กพร้อมจะแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและไม่ตกอยู่ในความกลัวเมื่อติดขัดขณะกำลังทำ
3. ให้เด็กได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบและครูจะช่วยเมื่อจำเป็นแต่ไม่ใช่ด้วยการบอกคำตอบ
4. ให้สอนการทำงาน เช่น ให้เด็กคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ทำ สิ่งที่อยู่รอบๆ หรือเขียนออกมาเพื่อให้เด็กเข้าใจกระบวนการที่เกี่ยวข้อง
5. อภิปรายกับเด็กเกี่ยวกับกระบวนการที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เด็กได้สะสมศัพท์ที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป เด็กจะเรียนรู้มากขึ้น ถ้าครูเบนความสนใจเขาไปสู่ยุทธวิธีหรือกระบวนการที่เกี่ยวข้อง

#### บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

1. ครูต้องตัดสินใจว่าจะให้นักเรียนเรียนรู้การแก้ปัญหาในระดับความยากง่ายแค่ไหน หากเป็นนักเรียนที่มีความสามารถสูง อาจใช้ปัญหาที่มีความยากและซับซ้อนได้ตามสมควร แต่ถ้าเป็นนักเรียนที่มีความสามารถไม่มากนัก ครูอาจเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้และมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไปอีกอย่างไรก็ตามในการสอนการแก้ปัญหานักเรียนกลุ่มต่างๆ ไป ครูควรเริ่มจากปัญหาง่ายๆ ก่อน
2. ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสามารถคิดและแก้ปัญหาไปตามลำดับเมื่อนักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับการแก้ปัญหาบ้างแล้วครูอาจใช้คำถามเพื่อชี้แนะให้น้อยลงและให้นักเรียนหาแนวทางของนักเรียนเองมากขึ้น
3. ครูจะต้องตัดสินใจว่า เมื่อใดจะใช้คำถามหรือจะเสริมแรง เพื่อให้นักเรียนแน่ใจว่าเขาไปได้ถูกทางและแยกแยะว่าสิ่งใดไม่ถูก หรือเมื่อใดควรระดมสมองหาแนวทางอื่นที่เหมาะสมกว่า และเมื่อใดจึงจะใช้การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น เพื่อให้นักเรียนช่วยกันคิดแก้ปัญหาโดยครูและ

นักเรียนจะต้องฟังข้อคิดเห็นของนักเรียนแต่ละคนอย่างตั้งใจ และในบางโอกาสครูอาจต้องใช้คำถามกระตุ้นอย่างเหมาะสม เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพต่อไป

4. ครูต้องคำนึงว่าไม่ควรเป็นปัญหาที่ยาก จนนักเรียนไม่สามารถจะแก้ได้ อาจสอดแทรกกับสาระเนื้อหาที่นักเรียนกำลังเรียนอยู่ หรือใช้พื้นฐานความรู้ที่ได้เรียนไปแล้ว มาแก้ปัญหาแปลกใหม่ แต่ไม่ควรเป็นปัญหาที่ง่ายจนเป็นเพียงแบบฝึกหัดธรรมดาไป

5. ครูต้องให้นักเรียนเขียนแสดงแนวคิด หรือขั้นตอนการคิด ในกรณีของการแก้ปัญหา ในเบื้องต้น ถ้าครูเพียงต้องการดูกระบวนการคิดของนักเรียนว่าคิดอย่างไร ครูอาจยังไม่ต้องเน้นขั้นตอนการเขียนให้เป็นแบบแผนมากนัก ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงออกทางความคิดมากกว่า ที่ครูจะเริ่มจากการเข้มงวดการเขียนตามแบบแผนจนนักเรียนอาจไม่กล้าเขียนแสดงความคิดของตน ในกรณีที่เป็นักเรียนที่ยังขาดทักษะการเขียน ครูอาจใช้การซักถามนักเรียนว่านักเรียนคิดอย่างไร และครูอาจช่วยเขียนแสดงความคิดของนักเรียน ก็จะช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ซึ่งนำไปสู่ความสามารถในการสื่อสารและสื่อความหมายได้อีกทางหนึ่ง

6. ครูต้องฝึกให้นักเรียนค้นหาแนวทางแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ โดยให้ทำสิ่งหนึ่งสิ่งใด อยู่บ่อย ๆ เช่น แบบฝึกเสริมทักษะเพื่อจะช่วยให้เกิดทักษะหรือความชำนาญ

7. ครูฝึกให้เขียนแสดงวิธีทำ การแสดงขั้นตอนการคิดอย่างมีแบบแผน การแสดงกระบวนการแก้ปัญหาก่อให้เกิดวินัยในการทำงาน และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหารวมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันต่าง ๆ

8. ในด้านการแก้ปัญหา ควรเน้นย้ำให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนแสดงขั้นตอนการทำ ให้มากขึ้น โดยอาจช่วยเหลือสนับสนุน ชี้แนะอย่างถูกต้องเหมาะสม ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

9. ครูไม่ควรมุ่งเน้นเฉพาะปัญหาแปลกใหม่ที่ผู้เรียนไม่เคยเผชิญมาก่อนเท่านั้น เพราะจะทำให้ผู้เรียนส่วนใหญ่ต้องเผชิญกับปัญหาที่ยุ่ยากเกินความสามารถของตน ในขณะที่ผู้เรียนอาจมีพื้นฐานความรู้ และประสบการณ์ไม่มากพอที่จะแก้ปัญหาได้ ซึ่งจะก่อให้เกิดเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เกิดการเบื่อหน่าย และไม่อยากเรียน

ดังนั้นการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา จึงเป็นการสอนการแก้ปัญหาที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถคิดเป็น แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีเหตุผลได้ด้วยตัวเอง ส่งผลให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สามารถที่จะแก้ปัญหาที่ยุ่ยากซับซ้อนต่อไปในอนาคตได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ปริญา ผลิตปริญญา. 2549 : 10 - 11)

1. การสร้างบรรยากาศของการประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา ผู้สอนควรเริ่มด้วยปัญหาง่าย ๆ เพื่อให้ผู้เรียนมีโอกาสประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา การประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาในระยะเริ่มแรกจะทำให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจและมีความอยากที่จะแก้ปัญหาคด้วยตนเอง
  2. สนับสนุนการเรียนรู้โดยกระตุ้นให้ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนหาปัญหาหรือทำปัญหาที่น่าสนใจในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาไม่ได้ ผู้สอนควรพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียนรู้เทคนิควิธีการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น เพื่อจะได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ
  3. สอนให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจในสถานการณ์ความสามารถในการอ่าน หรือเข้าใจปัญหาเป็นสิ่งสำคัญเบื้องต้นที่จะต้องศึกษา
  4. ให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในปัญหา มีส่วนร่วมในการสร้างปัญหาคด้วยตนเอง จะสามารถแก้ปัญหาคได้ดีกว่า เพราะจะรู้จักโครงสร้างของปัญหาคเป็นอย่างดี
  5. สนับสนุนให้ผู้เรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหา การเขียนแผนภาพหรือรูปภาพประกอบ จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในปัญหาคที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาคได้ง่ายขึ้นและถูกต้อง
  6. ส่งเสริมให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่ในการแก้ปัญหาค การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนช่วยกันคิด อภิปราย ตำรวจ คิดค้น วิธีการแก้ปัญหาคเป็นกลุ่มย่อยจะช่วยพัฒนา หรือกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงออกเพิ่มมากขึ้น เป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างในการแก้ปัญหาคยิ่งขึ้น
  7. สนับสนุนให้มีการเลือกวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาค กระตุ้นและส่งเสริมให้ผู้เรียนแก้ปัญหาคได้มากกว่าหนึ่งวิธี
  8. ผู้สอนควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ ไม่ควรใช้คำถามในลักษณะชี้แนะหรือเสนอแนะแนวทางแก้ปัญหาค แต่ละคำถามต้องมีลักษณะที่เปิดกว้างที่จะกระตุ้นความนึกคิดชวนคิดค้นพร้อมให้เวลาผู้เรียนสำหรับคิดเน้นและจินตนาการบรรยากาศในห้องเรียนควรเป็นลักษณะสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดอย่างอิสระเสรี เป็นตัวของตัวเองและกล้าแสดงออก
  9. การใช้ยุทธวิธีเพื่อพัฒนาความคิด และแก้ปัญหาคในชั้นเรียน
  10. เสนอปัญหาคมากกว่า 1 ชั้นตอน
- เฉลิมศักดิ์ ภูมิ (2538 : 40 - 41) ได้สรุปบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทักษะการเขียนประโยคสัญลักษณ์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อความที่เป็นคำพูดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
2. ทักษะการคิดคำนวณ เป็นทักษะที่จำเป็นหลังจากเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์
3. ทักษะการเขียนภาพ หรือวาดภาพแทนโจทย์ปัญหา ปัญหาหลายปัญหาจะชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น ถ้าวาดภาพหรือเขียนภาพประกอบ ทักษะการเขียนภาพหรือวาดภาพแทนปัญหาหรือว่าเป็นทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
4. ทักษะการใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยแก้ปัญห
5. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่จำเป็นเพิ่มเติม ในการแก้ปัญหามีหลายกรณี ที่เงื่อนไขหรือข้อมูลหรือข้อมูลที่กำหนดให้ในสถานการณ์ของปัญหายังไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ นักเรียนควรมีประสบการณ์ในการพิจารณาข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาคำตอบที่ขาดหายไป
6. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องสำหรับการหาคำตอบ
7. ทักษะการประมาณค่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การประมาณค่าเป็นทักษะที่สำคัญมากที่ใช้ในชีวิตประจำวัน มีหลายสถานการณ์ที่จำเป็นต้องหาคำตอบอย่างคล่องคร่าว และรวดเร็ว นอกจากนี้ถ้านักเรียนมีทักษะในการประมาณค่าจะช่วยให้นักเรียนพิจารณาคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหว่าเป็นคำตอบที่เป็นไปได้และสมเหตุสมผล
8. ทักษะการสร้างปัญหา นักคณิตศาสตร์หลายท่านเชื่อว่า ถ้านักเรียนมีประสบการณ์ในการสร้างปัญหาและแก้ปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนได้ดีขึ้นเพราะนักเรียนจะเข้าใจปัญหาและโครงสร้างปัญหาได้ดีกว่า
9. ทักษะการอ่านแผนภูมิ การเสนอข่าวสารข้อมูลที่จะเป็นในชีวิตประจำวันทุกวันนี้ส่วนมากมักจะพบเสมอในแผนภูมิหรือแผนภาพต่าง ๆ จึงจำเป็นที่นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่านเพื่อจะเก็บข้อมูลที่จำเป็นสำหรับแก้ไขปัญหาได้ถูกต้อง
10. ทักษะการเขียนแผนผัง เป็นทักษะที่ถือว่าสำคัญสำหรับสังคมปัจจุบัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ดังนี้ การสอนแบบแก้ปัญห ครูต้องคอยชี้แนะให้นักเรียนเกิดทักษะและรู้จักนำเทคนิคไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหาที่สำคัญควรเป็นขั้นตอนไปตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและเหตุผล จากนั้นครูกับนักเรียนจึงช่วยกันสรุป เป็นหลักเกณฑ์

#### 4.4 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

ซุยแดม (Suydam. 1980 : 36) ได้กล่าวถึงบทบาทของผู้เรียนที่ได้ไว้ 10 ประการดังนี้

1. มีความสามารถในการทำความเข้าใจความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์
2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง
4. มีความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
5. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประมาณค่า
6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริง
7. มีความสามารถในการกล่าวถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้
8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างถูกต้อง
9. มีความเชื่อมั่นในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น
10. มีความวิตกกังวลต่ำ

เจลิมคักคี่ ฎุมิ (2538 : 41) ได้เสนอแนะบทบาทของผู้เรียน ควรจะมีลักษณะดังนี้

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์อะไรคือปัญหา
2. พิจารณาและทำปัญหาให้ง่ายในการแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออกเขียน

ภาพหรือวาดภาพประกอบ

3. เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณหาผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหาและแปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำปัญหาที่แก้ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

ยูพิน พิพิชกุล (2539 : 87) ได้กล่าวสรุปพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนว่า

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจข้อสรุปทั้งหลายอย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความ การขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ ความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์

เกี่ยวกับประสบการณ์ที่มีอยู่ใหม่

6. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับตามขั้นตอน วิเคราะห์หา

รูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป



สรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา บทบาทของผู้เรียนปัญหาที่คาดไม่ถึง ในการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา คือ การเปลี่ยนแปลงทัศนคติของผู้เรียนแบบเดิม ๆ ซึ่งผู้เรียนส่วนมากยังมีทัศนคติที่หวังว่าครูของพวกเขาเป็นผู้ให้ความรู้แนวทางของเนื้อหาวิชา ซึ่งยังขึ้นอยู่กับความเชี่ยวชาญของผู้สอนเป็นสำคัญ และมีความทรงจำแบบเดิม ๆ ที่จำกัดเป็นความต้องการของผู้เรียนด้วยปัญหานี้ปรากฏสำหรับผู้เรียนเสมอ ๆ ซึ่งแสดงบทบาทได้ยาก ในการเป็นผู้กำหนดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาจึงช่วยนักเรียนในการแก้ปัญหาด้วยกระบวนการต่อเนื่องกับการเผชิญปัญหาที่เปิดกว้างสำหรับคำตอบที่อาจมีหลายคำตอบ ซึ่งขณะที่มีการรับรู้ข้อมูลมากมาย การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาก็จะพัฒนาให้นักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. สามารถทำความเข้าใจและวิเคราะห์ปัญหาได้ชัดเจน
2. สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้หลากหลาย
3. สามารถดำเนินการปรับปรุงทางเลือกในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม
4. สามารถประเมินผล และใช้ประโยชน์ของข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ ได้
5. สามารถเปลี่ยนแปลงและเชื่อมโยงสถานการณ์เพื่อการรับข้อมูลใหม่ ๆ ได้
6. สามารถปรับปรุงการเสนอคำตอบที่ชัดเจน ซึ่งเหมาะสมกับปัญหาและเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกันบนพื้นฐานข้อมูลและการใช้เหตุผลสมเหตุสมผล

## 5. การจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

### 5.1 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

การจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. หมายถึง การจัดการเรียนรู้ตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนสำคัญที่สุด โดยเน้นความสำคัญทั้งสามด้านดังนี้ ด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการ ด้านคุณธรรมจริยธรรมและค่านิยม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 191 - 195) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเอง โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจท้าทายให้ออกคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยอาจเริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ใช้ก่อน ต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูง ผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยาก ซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อนหรือมากกว่าที่กำหนดไว้ในหลักสูตรให้นักเรียนได้ฝึกคิดด้วย

## 5.2 ความสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

ความสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2549 : 15) การสอนให้ผู้เรียนเกิดทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา นับว่าเป็นเรื่องยากพอสมควรสำหรับผู้สอน ผู้เรียนส่วนใหญ่ จะพัฒนาได้ดีในทักษะการคิดคำนวณแต่เมื่อพบโจทย์ปัญหามักจะมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่าน ทำความเข้าใจ โจทย์ การวิเคราะห์ โจทย์ รวมถึงการหารูปแบบแนวคิดในการแก้ปัญหานั้น ผู้เรียน ที่มีการพัฒนาทักษะ และกระบวนการคณิตศาสตร์ได้ดี ส่วนใหญ่จะเป็นผู้ที่ม่ีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีโอกาสได้ฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การอ่าน การแปลความจากข้อความหรือภาษาที่กำหนดให้เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์และได้พัฒนาความคิดโดยใช้เหตุผล

การสอนเพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ จัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ทำท่ายให้ออกยาคิด เริ่มด้วยปัญหาที่เหมาะสมกับศักยภาพของผู้เรียนแต่ละคนหรือผู้เรียนแต่ละกลุ่ม โดยเริ่มจากปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนแล้วมาประยุกต์ จากนั้นจึงให้สถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างออกไปเรื่อย ๆ ในกรณีผู้เรียนบางคนมีความสามารถสูงอาจให้ปัญหาที่ยากซับซ้อน ต้องใช้ความรู้เพิ่มเติมนอกเหนือจากที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ ผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยกำหนดประเด็นคำถามมาให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนหาคำตอบได้ หลังจากนั้นให้ปัญหาต่อไป ผู้สอนจึงค่อย ๆ ลดประเด็นคำถามลงไปจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ไม่จำเป็นต้องให้ประเด็นคำถามขึ้นมา ก็ได้ การจัดให้ผู้เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหตามลำดับขั้นตอนนั้นเมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแล้ว การพัฒนาให้มีทักษะผู้สอนควรเน้นฝึกการวิเคราะห์แนวคิดอย่างหลากหลายในชั้นวางแผนแก้ปัญหาให้มาก เพราะเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและยากสำหรับผู้เรียน

อย่างไรก็ตามในการเริ่มต้นการสอนที่ต้องการให้ผู้เรียนได้กระบวนการเรียนรู้เกิดทักษะในการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและฝึกทักษะในการแก้ปัญหา กระบวนการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรวิเคราะห์ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการนำความรู้ หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อมาแล้ว ทักษะการเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม เช่น ใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ใช้ตารางวิเคราะห์

ใช้การสังเกตหาแบบรูปและความสัมพันธ์ เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในบางปัญหาใช้ทักษะการประมาณค่า คาดการณ์หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบการวางแผน ขึ้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนที่สำคัญ ผู้สอนควรหาทวิวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ การประมาณค่าตอบ

การสอนที่ใช้กระบวนการดังกล่าวนี้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไปและควรเริ่มจากปัญหาที่ง่ายใกล้ตัวผู้เรียนก่อน โดยกำหนดประเด็นปัญหาให้คิดและหาคำตอบเป็นลำดับเรื่อยไปจนผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้ หลังจากนั้นในปัญหาต่อ ๆ ไป ผู้สอนค่อย ๆ ลดคำถามชี้แนะจนสุดท้ายเมื่อเห็นว่าผู้เรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้วก็ให้ผู้เรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง เมื่อผู้เรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว อาจให้ผู้เรียนฝึกแก้ปัญหาแต่ละปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย

การพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2549 : 23) บรรยายภาพที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ได้แก่ การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ ภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสามารถเริ่มต้นจากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจ เหมาะกับวัยของผู้เรียน และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนสามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้

การแก้ปัญหาคควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหา ให้ผู้เรียนได้อภิปรายร่วมกัน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมเติมเต็มทำให้ได้แนวในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย

ปัญหาปลายเปิด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีหลายคำตอบ มีแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบได้หลายอย่าง เป็นปัญหาที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และศักยภาพของผู้เรียน ปัญหาที่มีหลายคำตอบหรือมีหลายแนวคิดเมื่อผู้เรียนคนหนึ่งได้คำตอบแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นให้ผู้เรียนคนอื่นหาคำตอบหรือเสนอแนวคิดอื่น ๆ อีก ผู้สอนต้องแสดงให้ผู้เรียนตระหนักถึงการให้ความสำคัญกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ด้วยการส่งเสริมและยอมรับแนวคิดหรือวิธีการอย่างหลากหลายของผู้เรียน การให้ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการหลาย ๆ อย่าง ในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก ๆ ปัญหาโดยใช้แนวคิดหรือวิธีการเพียงอย่างเดียว

นอกจากนี้ การให้ผู้เรียน ได้มีโอกาสสร้างสถานการณ์ปัญหาขึ้นเอง โดยอาศัยประสบการณ์ของผู้เรียนที่ได้จากการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน เป็นการช่วยให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในปัญหาอย่างแท้จริงและเป็นการช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของผู้เรียน

### 5.3 กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทบทวนพื้นฐานความรู้เดิม ก่อนที่จะเรียนเนื้อหาต่อไป เพื่อให้ผู้เรียนมีพื้นฐานพอที่จะเรียนเนื้อหาใหม่

ขั้นที่ 2 สอนเนื้อหาใหม่ โดยเริ่มจากใช้ของจริง ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้ของจริง ประกอบกิจกรรม ใช้รูปภาพประกอบการสอน โดยเปลี่ยนสื่อประกอบกิจกรรม จากของจริงมาเป็นรูปภาพ ใช้สัญลักษณ์หลังจากที่ผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมจากของจริงและรูปภาพ แล้วครูจะใช้ตัวเลขและเครื่องหมายแทน

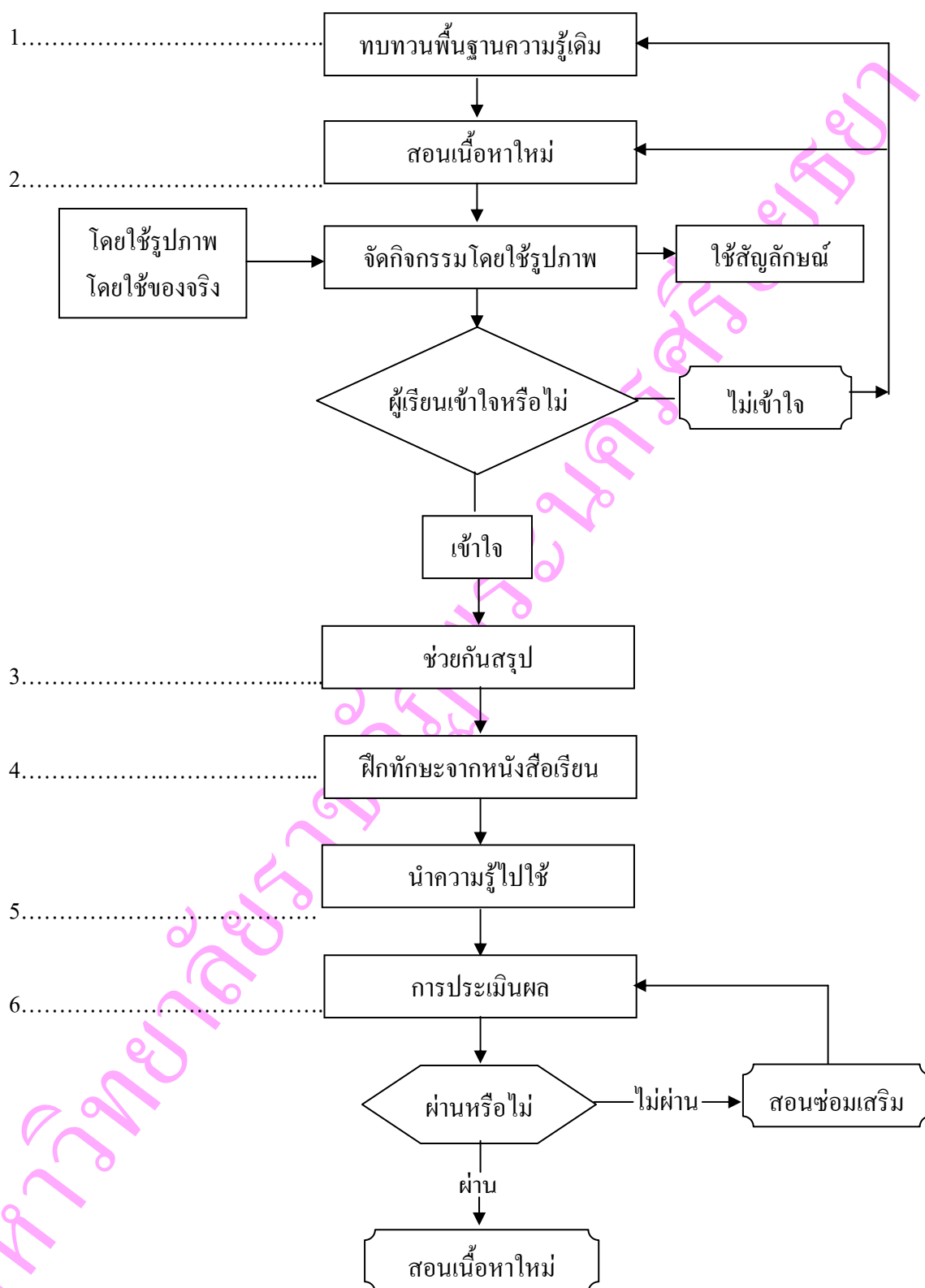
ขั้นที่ 3 ช่วยกันสรุปเป็นวิธีลัด ผู้เรียนทดลองปฏิบัติ สังเกต และช่วยกันสรุปจากความเข้าใจเป็นหลักการความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัด

ขั้นที่ 4 ฝึกทักษะ เมื่อนักเรียนสรุปหลักการความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัดได้แล้ว ผู้เรียนจะฝึกจากบัตรงานแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนหรือจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น

ขั้นที่ 5 นำความรู้ไปใช้ โดยคาดหวังว่าผู้เรียนจะนำไปใช้ในชีวิตจริงได้ และทดลองปฏิบัติจากสถานการณ์จำลอง เช่น การแก้โจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 6 ประเมินผล เป็นการตรวจสอบเพื่อวินิจฉัยว่า ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่อาจทดสอบโดยใช้แบบฝึก หรือโจทย์ปัญหาก็ได้ ถ้าผู้เรียนทำไม่ได้จะได้รับการสอนซ่อมเสริมก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. ทั้ง 6 ขั้นนี้ สรุปเป็นแผนภูมิได้ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 กระบวนการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

#### 5.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท แนวการจัดการกระบวนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ผู้สอนควรคำนึงถึงความสนใจ ความถนัดของผู้เรียนและความแตกต่าง ของผู้เรียน การจัดสาระการเรียนรู้จึงควรจัดให้มีหลากหลายผู้เรียนสามารถเลือกเรียนได้ ตามความสนใจ รูปแบบของการจัดกิจกรรมการสอนควรมีหลากหลายไม่ว่าจะเรียนรู้ร่วมกัน ทั้งชั้นเรียนเป็นกลุ่มย่อย เรียนรายบุคคล สถานที่ที่จัดมีทั้งในห้องเรียน นอกห้องเรียน บริเวณสถานศึกษา มีการจัดให้ผู้เรียนได้ไปศึกษาในแหล่งวิทยาการต่าง ๆ ที่อยู่ในชุมชนหรือในท้องถิ่น จัดให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและความเหมาะสมของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีผลการเรียนรู้ได้มาตรฐานตามที่หลักสูตรได้กำหนดไว้ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ได้ลงมือปฏิบัติจริง ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียน คิดเป็น ทำเป็น รู้จักบูรณาการความรู้ต่าง ๆ เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ รวมถึงการปลูกฝังคุณธรรม ค่านิยม และลักษณะอันพึงประสงค์ ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประเมินผลงานและปรับปรุงงาน ตลอดจนสามารถนำความรู้และประสบการณ์ไปใช้ ในชีวิตและอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข

#### 5.5 บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

บทบาทของผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. มีดังนี้

1. ผู้เรียนควรมีพื้นฐานเดิมก่อนเรียนบทเรียนใหม่ เช่น พฤติกรรมการเรียนรู้เดิมจะช่วยส่งเสริมการเรียนรู้เรื่องใหม่
2. ผู้เรียนควรศึกษาเรื่องราวคร่าว ๆ ตอนต้นของบทเรียนใหม่ก่อนเรียน
3. ผู้เรียนควรทราบเป้าหมายและมีส่วนร่วมในการกำหนดเป้าหมายของบทเรียนใหม่
4. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดกิจกรรมทำให้นักเรียนอยากเรียนและมองเห็นเส้นทางว่าจะทำได้สำเร็จ
5. ผู้เรียนร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมด้วยการปฏิบัติจริง สังเกต และช่วยกันสรุปจากความเข้าใจเป็นหลักการความคิดรวบยอด กฎ สูตร หรือวิธีลัด
6. ผู้เรียนควรฝึกทักษะจากบัตรงานแบบฝึกหัด จากหนังสือเรียน หรือจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้น
7. ผู้เรียนสามารถนำความรู้จากประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตจริงได้ และทดลองปฏิบัติจากสถานการณ์จำลอง เช่น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ผู้เรียนควรทดสอบว่าบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยการทำแบบฝึกหัด หรือแก้โจทย์ปัญหาก็ได้ ถ้าผู้เรียนทำไม่ได้จะได้รับการสอนซ่อมเสริมก่อนเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป

## 6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### งานวิจัยในประเทศ

รุ่งฟ้า จันทร์จารุภรณ์ (2545 : บทคัดย่อ) ทำการเปรียบเทียบการพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนแก้ปัญหาเพื่อศึกษาภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของนักศึกษาครุคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนมัชฌิม ในด้านศึกษาภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่าคะแนนมัชฌิมของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และระหว่างที่โปรแกรมดำเนินอยู่ เมื่อนักศึกษาครุในกลุ่มทดลองที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น นักศึกษาครุ ได้ใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา และอภิปรายกลุ่มก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตะเคียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตะเคียน สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอสำโรงทาบ จังหวัดสุรินทร์ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 72 ของคะแนนเต็ม ความสามารถในการหาวิธีแก้ปัญหา โจทย์ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ความสามารถในการคำนวณเพื่อตอบปัญหา คิดเป็นร้อยละ 69 ของคะแนนเต็ม

ศุภเชษฐ์ เสนาสุ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบ้านตะเคียน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 3 จำนวน 29 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนได้รับการพัฒนา กิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนร้อยละ 86.21 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ 80 ขึ้นไป

สมปอง พรหมพิน (2543 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาความสามารถทางการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นการใช้ประสบการณ์ภาษาและการร่วมมือกันเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ 4 วงจร ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนการแก้โจทย์ โดยเน้นการใช้ประสบการณ์ภาษา และการร่วมมือกันเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 79.17 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เฉลี่ยร้อยละ 91.67 สอดคล้องกับเป้าหมายของการวิจัยที่ตั้งไว้ ในด้านความสามารถในการ

แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเฉลี่ยร้อยละ 78.75 และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เฉลี่ยร้อยละ 75.00 สอดคล้องกับเป้าหมายของการวิจัยที่ตั้งไว้

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 96 - 98) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาศักยภาพนักเรียนใน 3 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ พัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบผล ผลการวิจัยพบว่า

1. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หลังการทดลองกับก่อนการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนกลุ่มควบคุมไม่พบว่ามีผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

#### งานวิจัยต่างประเทศ

เพอร์ไรน์ (Perrine. 2001 : ออนไลน์) ได้ศึกษาผลกระทบของการแก้ปัญหาพื้นฐานในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับสัดส่วนของครู การพัฒนาการให้เหตุผลในเรื่องสัดส่วนมีความสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งครูผู้สอนต้องมีวิธีการสอนที่น่าสนใจ เพื่อดึงดูดผู้เรียนทำให้เข้าใจในบทเรียนมากขึ้น เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพมากขึ้น ในการเรียน 1 ภาค จะต้องมีการเก็บคะแนน การเพิ่มขึ้นของคะแนนจะมีผลต่อการเรียนในปีต่อไป มีผู้เข้าร่วม ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 187 คน มีวิทยากรจำนวน 6 ท่าน หนึ่งในนั้นเป็นครูประจำชั้นซึ่งสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ในชั้นเรียนได้ใน 187 คนนี้ เมื่อถึงภาคเรียนที่ 2 มีนักเรียน 108 คน ประสบปัญหาในการสอนปลายภาคและในต้นภาคเรียนที่ 3 ผลรวมแสดงออกมาให้เห็นว่าการแก้ปัญหามีเหตุผล มีนัยสำคัญทางสถิติ การแก้ปัญหามีเหตุผลเป็นปัจจัยหลักในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ครูต้องมีวิธีการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนแบบเดิมที่นักเรียนไม่ค่อยเคยเจอมาก่อน

เฮอร์นันเดซ และ เอดน่า (Hernandez and Edna. 1998 : Online) ได้ศึกษาผลกระทบของการสอนวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถส่วนตัวทางคณิตศาสตร์ ความสามารถส่วนตัวของทางคณิตศาสตร์และองค์ความรู้ทั้งหมด งานวิจัยนี้ได้ใช้แบบแผนทดลองสองครั้ง



โดยเลือกสื่อนักเรียนเข้าเป็นกลุ่มควบคุมกลุ่มหนึ่ง ในระหว่างการเรียนพิเศษภาคฤดูร้อนนักเรียน ทั้ง 3 กลุ่ม จะต้องเรียนวิชาสถิติ และความน่าจะเป็น โดยวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเรียนรู้ ด้วยตนเอง นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม จะให้ใช้วิธีการสอนด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน โดยกลุ่มทดลองแรกจะจัดให้เรียน ชาย – หญิงเรียนร่วมกัน ส่วนกลุ่มทดลองที่สองจะแยกนักเรียน ชาย – หญิง ออกจากกัน สำหรับกลุ่มควบคุมจะใช้วิธีสอนแบบเรียนร่วมทั้งกลุ่ม ซึ่งเน้นผลแข่งขัน และผลการเรียนของแต่ละคน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสถิติและความน่าจะเป็นความสามารถ ส่วนตัว และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จะได้รับการประเมินทั้งก่อนและหลังการทดลอง ข้อมูลที่ได้รับจากการประเมิน ตัวแปรทั้ง 3 นี้ จะเป็นวิธีการสอนที่เป็นประโยชน์มากสำหรับ นักเรียนหญิง แต่ผลการวิจัยพบว่า ในด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์พบความแตกต่างอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนชาย - หญิง ในกลุ่มควบคุมผู้ที่มีคะแนนสูงสุด ได้แสดงให้เห็นว่ามีความ เข้าใจในองค์ความรู้ทั้งหมดดีกว่ากลุ่ม ทั้งหมด 2 กลุ่ม นักเรียนชาย - หญิง ในกลุ่มควบคุมคะแนน ต่ำ ได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในองค์ความรู้ทั้งหมด น้อยกว่ากลุ่มทดลอง ทั้ง 2 กลุ่ม

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : Online) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการเรียน โดยใช้ การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการเรียนคณิตศาสตร์โดยศึกษาถึงพฤติกรรมการ แก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาโดยการแก้ปัญหาแบบ เปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์และการหา รูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการคิดและเจตคติ ทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่า นักเรียนที่ผ่านการเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิด กว้าง มีเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่า นักเรียนที่ผ่านการเรียนโดยใช้ปัญหา แบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมการแก้ปัญหา

เคลลี่ (Kelley. 1993 : Online) ได้ศึกษายุทธวิธีในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่มีความ เข้าใจฉลาดเฉลียวในวิชาพีชคณิต โดยที่นักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ มักจะมีการเรียนรู้ ที่สามารถทำให้ความผิดพลาดทางระบบส่วนบุคคลถูกเปิดเผยออกมา

การศึกษาเหล่านี้ ทำให้รู้ข้อผิดพลาดของการทำบ้านและสามารถบอกข้อผิดพลาด ได้อย่างไรก็ดี การเข้าใจและการศึกษาข้อผิดพลาดเหล่านี้ จำเป็นต้องค้นหาว่านักเรียนเข้าใจ อะไรบ้างเกี่ยวกับการเรียนรู้ในแต่ละเรื่อง แต่ละข้อและพวกเขากำลังคิดอะไรเกี่ยวกับ ความผิดพลาดที่พวกเขาทำออกมา จุดประสงค์ของการศึกษา คือ การเปิดเผยว่านักเรียนค้นหาอะไร ในความยากเกี่ยวกับลำดับของพีชคณิต เพื่อที่จะทำให้ความเข้าใจผิดพลาดของพวกเขาในบทเรียน กระจางขึ้น

การศึกษาครั้งนี้ สามารถตรวจสอบคุณลักษณะในการแก้ปัญหาพีชคณิตของนักเรียน 9 คน ในชั้นเรียนที่ 2 โดยที่นักเรียนแต่ละคนจะถูกสังเกตในช่วงที่เรียนหัวข้อพีชคณิต เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดพื้นฐานที่ใช้ในการแก้ปัญหามากกว่าความยากของเรื่องในหัวข้อนั้นลักษณะของการเรียน คือ การประชุมแก้ปัญหามา ซึ่งประกอบด้วยความช่วยเหลือนักเรียน การทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย ทบทวนบทเรียน ทบทวนบททดสอบ การซักถามและการตอบคำถามของนักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ยูเล็ป (Ulep. 1990 : Online) ได้ศึกษากลยุทธ์ 2 วิธี ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์ของการศึกษา คือ ชี้และเปรียบเทียบกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นครูที่มีลักษณะเป็น Non – formal probability กลุ่มที่ 2 เป็นครูที่มีลักษณะ Formal probability โดยสร้างปัญหาขึ้นมา 12 ปัญหา ให้ทั้ง 2 กลุ่ม โดยที่ทุกปัญหาเคยมีการค้นคว้ามาแล้ว แต่ในการทดลองครั้งนี้จะมีการถามและให้ตอบดัง ๆ การประชุมร่วมกันของแต่ละกลุ่มจะถูกอัดเสียงและวิดีโอ

จากการทดลองพบว่า มีการใช้กลยุทธ์ง่าย ๆ เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนโดยเฉพาะอย่างยิ่งการตัดสินใจเกี่ยวกับสถานการณ์จะรู้ด้วยสัญชาตญาณเป็นไปโดยอัตโนมัติ

ผลจากการสังเกตการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนครั้งนี้ พบว่า มีข้อจำกัดหรืออุปสรรค นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนในการศึกษาครั้งนี้ มีทักษะในการแก้ปัญหายังเพียงพอแต่ทักษะเหล่านี้ถูกปิดเอาไว้โดยทักษะพื้นฐานที่ไม่เพียงพอของนักเรียน ความจริงความคิดพลาดจำนวนหนึ่งเป็นผลมาจากความพยายามที่จะทำให้ขบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่อเนื่อง ข้อบกพร่องของหัวข้อหลัก ซึ่งเสียหายมากที่สุดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ จำนวนสัญลักษณ์เศษส่วนและคุณสมบัติเศษส่วนของ “0”

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การที่จะจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยครูผู้จัดการเรียนรู้ต้องใช้เทคนิคการสอนอย่างหลากหลาย เช่น การใช้คำถามปลายเปิด การใช้ชุดการสอน การใช้วิธีการสอนแบบบูรณาการ การสอนโดยการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ที่ได้พัฒนาขึ้นนั้น สามารถส่งเสริมและพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการจัดการเรียนรู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นทักษะกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ใช้ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ส่วนปัญหาที่นำมาใช้เป็นสถานการณ์นั้นนักเรียนและครูจะร่วมกันกำหนด วิเคราะห์ ประยุกต์ความรู้เดิมควบคู่ไปกับความรู้

ใหม่ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาใช้แก้ปัญหา ผู้เรียนจะสามารถสร้างองค์ความรู้ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา และเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ศาสตร์อื่น ๆ ต่อไป

## 6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

### งานวิจัยในประเทศ

ทุดิยา จันทร์ปลอด (2549 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่โลกจริงของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนท่านคร อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาโดยวิธีสุ่มแบบเจาะจง แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยวิธีจับฉลาก ผลการศึกษา ค้นคว้าพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ ร้อยละ 50
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมและเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

ลิลดา ดลภาค (2549 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไตรมิตรวิทยาลัย กรุงเทพฯ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียนการสอน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่า ร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชดา ยาตรา (2549 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมชุมชนคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพฯ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลอง สูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยาหิ (2549 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านนา “นายกพิทยาการ” จังหวัดนครนายก ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด คือ 80 / 80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อนุก พุทธิเดช (2548 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาเจตคติของนักเรียนต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา และการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเทศบาลวัดเขยีน จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องการประมาณค่า อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05 ซึ่งนักเรียนมีเจตคติต่อกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง

เอมอร สุมาลย์ (2548 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อความสามารถในการเชื่อมโยงและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาคาร จังหวัดน่าน ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีการเปลี่ยนมุมมองให้กับนักเรียน ในระยะแรกนักเรียนยังไม่สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้ ต้องได้รับการกระตุ้นด้วยประเด็นคำถาม ทำให้ในระยะต่อมานักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายวิธี มีมุมมองการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจัดกิจกรรมสูงกว่าก่อนจัดกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โพธิ์ทิพย์ วัชรสวรรค์ (2547 : 51 - 67) ได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 วิทยาลัยเทคนิคดอนเมือง จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 29 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ เพื่อแก้ปัญหาในงานวิชาชีพและชีวิตจริงสูงกว่า ก่อนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักศึกษสามารถจัดทำโครงการคณิตศาสตร์ที่แสดง

การเชื่อมโยงความรู้ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ งานวิชาชีพและชีวิตจริง ได้ผลการประเมินโครงการทั้งหมดอยู่ในระดับดีทั้งเนื้อหา กระบวนการและการนำเสนอ โครงการ

ฉนวนเกียรติ งานสกุล (2545 : 33 - 39) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเมืองกลาง จังหวัด ภูเก็ต จำนวน 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการจัดกิจกรรม การเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในด้านความรู้ ทักษะการปฏิบัติ คุณลักษณะที่พึงประสงค์ การอ่าน การคิดวิเคราะห์และการเขียนสื่อความหมาย ผ่านเกณฑ์ ตามมาตรฐานที่โรงเรียนกำหนดไว้คิดเป็นร้อยละ 95 และนักเรียนมีความคิดเห็นที่ดีต่อการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ต่าง ๆ

สมบัติ แสงทองคำสกุล (2545 : 94 - 103) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ซึ่งได้มาโดย การสุ่ม อย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อ ส่งเสริมการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ ( E1 / E2 ) 80 / 80 โดยมี ประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการ การสอน โดยใช้รูปแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมการเชื่อมโยงเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มานัส ทิพย์สัมฤทธิ์กุล (2544 : 47 - 53) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงประสบการณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสวนหลวง จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. แผนกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงประสบการณ์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสวนหลวง จังหวัดสุพรรณบุรี มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสวนหลวง จังหวัดสุพรรณบุรี
2. นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการเชื่อมโยงประสบการณ์ ของนักเรียนหลังเรียนแตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
3. นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยงประสบการณ์ ของนักเรียนหลังเรียนแตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
4. นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยการเชื่อมโยงประสบการณ์ ของนักเรียนหลังเรียนแตกต่างจากก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

### งานวิจัยต่างประเทศ

อีริก (Eric. 2000 : 500 - 507) ได้ศึกษาความเข้าใจในการสร้างการเชื่อมโยงในระบบ พิกัดฉากของนักเรียน สืบเนื่องจากการนำเสนอเนื้อหาที่หลากหลายของฟังก์ชัน ในวิชาคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา มีนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวนมากไม่เข้าใจ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาเหล่านั้น โดยเฉพาะการเชื่อมโยงระหว่างพีชคณิต และกราฟของ ฟังก์ชัน จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาพีชคณิตของแคลิฟอร์เนีย เป็นปีแรก ผลการวิจัยพบว่า มากกว่า 3 ใน 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เลือกทำแบบทดสอบโดยใช้วิธี ทางพีชคณิต แม้ว่าการหาคำตอบโดยใช้กราฟของฟังก์ชันจะง่ายกว่าก็ตาม และน้อยกว่า 1 ใน 3 ที่ใช้ วิธีของกราฟ จะใช้วิธีอื่น ๆ หรือไม่ก็วิธีที่มีทางเลือกอื่นอีก

ลอว์สัน และ ชินนาพาน (Lawson and Chinnappan. 2000 : 26 - 43) ได้ศึกษา การเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำ การแก้ปัญหาและคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มี ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้ได้อย่างมีแบบแผน มีระบบมากกว่า นักเรียน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำและมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า

อีริก (Eric. 2000 : 500 - 508) ได้ศึกษาการสร้างการเชื่อมโยงระบบพิกัดฉากจากความ เข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียน มัธยมศึกษา มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความ เข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้ตัวแทน ทางพีชคณิตและตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหของนักเรียน มีความถูกต้อง ในการเชื่อมโยงของนักเรียนได้มากกว่า

วิลเลียม (Willams. 1999 : 40 - 62) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องจำนวน กับการคิดในใจ ด้วยการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดในใจของนักเรียนระดับชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 413 คน แบ่งกลุ่มทดลอง 183 คน กลุ่มควบคุม 230 คน และครูเข้าร่วมในการศึกษาครั้งนี้จำนวน 6 คน กลุ่มทดลองใช้ชุดการสอน จำนวน 83 บทเรียน เรื่อง จำนวน กลุ่มควบคุมใช้การสอนตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การคิดในใจก่อนเรียนและหลังเรียน สองกลุ่มและ แบบสัมภาษณ์กระบวนการคิดของนักเรียน กลุ่มทดลอง จำนวน 9 คน โดยสัมภาษณ์ทั้งก่อนและ

หลังการทดลอง ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนรู้ที่ใช้มีผลทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านการเชื่อมโยงการคิดในใจแตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ผลจากการสัมภาษณ์กลุ่มทดลองพบว่า มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในกระบวนการเชื่อมโยงการคิดในใจของนักเรียนก่อนและหลังสอน โดยใช้ชุดกิจกรรม

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า การเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ จะเชื่อมโยงและมีความสัมพันธ์กันในเรื่องราวรอบ ๆ ตัว ทั้งภายในครอบครัว ท้องถิ่น สิ่งแวดล้อมที่อยู่อาศัยและการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในสังคมโลก ซึ่งมีผลทำให้เกิดกระบวนการเรียนรู้อย่างชัดเจนลึกซึ้งจนสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เผชิญในสังคมที่เปลี่ยนแปลงได้ เมื่อความรู้กับความคิดย่อย ๆ อยู่ร่วมกันและเกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันจนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งนั้น ๆ กับสิ่งรอบตัวจะทำให้เกิดการนำความรู้ และประสบการณ์ที่ได้มาจัดระเบียบใหม่ให้เหมาะสมกับปัญหา โดยการเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบส่งผลให้นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

### 6.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา

#### งานวิจัยในประเทศ

จิตติยา อินทุยศ (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเมืองใหม่ชลอราษฎร์รังสฤษดิ์ โดยใช้แผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา วัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของโพลยา และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา ระหว่างก่อนและหลังเรียน กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 43 คน ในโรงเรียนเมืองใหม่ชลอราษฎร์รังสฤษดิ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาลพบุรี เขต 1 เครื่องมือทดลอง คือแผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา และแบบทดสอบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือเก็บรวบรวมข้อมูลก่อนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า แผนการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 81.93 / 92.65 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 80 / 80 และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปีทมาพร คะนิงหมาย (2545 : บทคัดย่อ) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอบางปะอิน

จำแนกตามพฤติกรรมการสอนของครูที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา กับกระบวนการคิดแก้โจทย์ ปัญหาของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 597 คน ในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอบางปะอิน จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 28 โรงเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจากครู ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาในระดับต่างกัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมพร พรรณีย์ (2545 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านเสม็ดจวนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 ของโรงเรียนบ้านเสม็ดจวน สำนักงานการประถมศึกษาอำเภอลำทับ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดกระบี่ จำนวน 36 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนได้รับการสอนแบบแก้ปัญหา

วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 88) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบ แก้ปัญหากับการเรียนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับนักเรียนที่ได้รับการสอน ตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ .05 ตามลำดับ

วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68) ได้ทำการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนแบบผู้เรียนสร้างความรู้เอง ด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 80 คน ของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัย เกษตรศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียน แบบผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหาและนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. เจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียน โดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ ผู้เรียนสร้างความรู้ด้วยวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา และนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ



ปริญญา สุภา (2538 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร ที่ได้รับการ สอนด้วยวิธีการสอนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาและวิธีสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านบุญมี สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ อำเภอทุ่งฝน จังหวัดอุดรธานี จำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 25 คน กลุ่มทดลองดำเนินการสอนแบบใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มควบคุมดำเนินการสอน ด้วยวิธีสอนแบบปกติ ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

#### งานวิจัยต่างประเทศ

พุท (Putt. 1979 : Online) ได้ทำการศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์เมื่อมีขบวนการแก้ปัญหาต่างกัน ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนยุทธวิธีแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่ง ให้นักเรียนได้ประสบการณ์โดยตรงจากการพยายามแก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ใช้เวลาทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม พบว่า ความสามารถในการ แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า งานวิจัยดังกล่าว พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการจัดการ เรียนรู้แบบแก้ปัญหา เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ให้ผู้เรียนสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย และใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา อย่างเหมาะสม นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงในการเรียนรู้เนื้อหาต่าง ๆ รวมทั้งประยุกต์ ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้

#### 6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท.

นภาลักษณ์ รุ่งสุวรรณ (2547 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการสอนโดยใช้ชุดการสอน มินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความเชื่อมั่นในตนเอง ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน กรุงเทพมหานคร ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่สอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครู ของ สสวท. ไม่แตกต่างกัน

ฉวีวรรณ แก้วหล่อน (2540 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้รูปแบบการสอน แบบร่วมมือกันเรียนรู้ ประชากร คือ นักเรียนโรงเรียนชุมชนโพนสว่างดอน อำเภอนองเรือ จังหวัดขอนแก่น กลุ่มทดลองสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ กลุ่มควบคุมสอน ตามคู่มือครูของ สสวท. ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า กลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า งานวิจัยดังกล่าวพัฒนาความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะต้องเป็นผู้จัด กิจกรรมให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์อันจะส่งผลต่อการพัฒนาทางด้าน สถิติปัญญา อารมณ์และ สังคม ดังนั้นผู้วิจัย จึงสนใจที่จะพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหาและการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือของ สสวท. เพื่อเปรียบเทียบ ทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มโรงเรียนลาดโพธิ์ทอง และนำผลการวิจัยไปพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีทักษะ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมี ความสุข ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และถือว่า ผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาตาม ธรรมชาติและเต็มตามศักยภาพ